



Title	粘性土の弾塑性・応力ヒズミ関係について-その1：増分関係の定式化-
Author(s)	棚橋, 由彦; 内藤, 秀信
Citation	長崎大学工学部研究報告, (11), pp.97-106; 1978
Issue Date	1978-07
URL	http://hdl.handle.net/10069/23930
Right	

This document is downloaded at: 2019-04-19T02:46:57Z

粘性土の弾塑性・応力ヒズミ関係について

—その1：増分関係の定式化—

棚橋 由彦*・内藤 秀信**

On an Elasto-plastic Stress-Strain Relationship
of the Cohesive Soils (Part. I)

by

Yoshihiko TANABASHI

(Department of Civil Engineering)

Hidenobu NAITO

(Graduate Student, Department of Civil Engineering)

One of the authors proposed in the previous paper (1) an incremental stress-strain relationship in terms of the tensor considering the subsequent anisotropy of a Sand, which can evaluate the dilatancy characteristics under multi-axial stress condition with the rotation of the principal stress axis. But it neglected the effect of time-dependancy and the influence of the stress histories on the stress-strain behaviour of soils.

In this paper Part. I, the authors attempt to apply it to the cohesive soils, which contain more significant practical problems than Sands. However, it cannot be applied to the cohesive soils a priori, because the deformation of the cohesive soils is time-dependant, and is largely influenced by the stress histories.

So, as a first step to the development of the constitutive equation of the cohesive soils, an elasto-plastic incremental stress-strain relationship is derived by considering them as strain-hardening materials not only for shear but for compression, by admitting the well-known deformation characteristics reported by many investigators.

In next paper Part. II, the examination of the postulates used to derive the incremental relationship in sec. 3 will be carried out, from the results of both repeated isotropic consol. tests and repeated mean principal stress const. tests for Ariake Clay. And the verification of the incremental relationship will be done by the comparison of both calculated and observed stress-strain behaviours of Ariake Clay experienced some stress histories.

1. まえがき

著者らは地盤の変形解析に土質材料のもっているダイレタンシー特性を適確に反映させるべく一連の研究を行なっている。その主旨は負荷をうけて生じる土の

後発異方性を評価することにより、土のダイレタンシー特性を表現しようとするものである。ここに後発の異方性を呈すると大幅に増えるフレキシビリティを室内実験でどのように評価するか、また地盤の変形解

昭和53年5月13日受理

*土木工学科

**土木工学専攻修士課程

析に必要な応力・ヒズミ・テンソルの増分関係をいかにして誘導するかが問題となる。砂に関しては上記の問題を解決し、地盤の変形解析も含めて既に報告した⁽¹⁾⁽²⁾。本報告は同様の考え方を、工学的により重要な粘性土への適用について考察したものである。

粘性土の構成関係には、砂では近似的に無視することができた応力履歴の影響と時間依存性について考慮しなければならない。

本報告では粘性土地盤の変形解析への第一段階として、粘性土を圧密・せん断に対するヒズミ硬化体とみなして、応力履歴の影響を考慮した弾塑性・有効応力ヒズミ増分関係の定式化を試みた。

2. 弾塑性応力ヒズミ増分関係

応力・ヒズミを球テンソルの1次不変量と偏差テンソルの2次不変量で評価していく正八面体応力ヒズミ理論⁽³⁾の立場からは、ヒズミを弾・塑性成分に分けると、体積ヒズミ増分 dv 、正八面せん断ヒズミ増分 $d\gamma$ は次式で表わせる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^e + \begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^p = \begin{bmatrix} dv_c \\ d\gamma_c \end{bmatrix}^e \\ &+ \begin{bmatrix} dv_d \\ d\gamma_d \end{bmatrix}^e + \begin{bmatrix} dv_c \\ d\gamma_c \end{bmatrix}^p + \begin{bmatrix} dv_d \\ d\gamma_d \end{bmatrix}^p \end{aligned} \quad (1)$$

ここに dv 、 $d\gamma$ は文献(1)においてそれぞれ $d\varepsilon_v$ 、 $d\gamma_{oct}$ と称していたが、本報告ではサフィックスの複雑さを避けるために以下 dv 、 $d\gamma$ で表わす。(1)式のサフィックス c 、 d はそれぞれ平均有効応力増分 dp ($=d\sigma_m$ ⁽⁴⁾)、正八面体せん断応力増分 dq ($=d\tau_{oct}$ ⁽¹⁾) により生じるヒズミ増分を意味し、上サフィックス e 、 p はヒズミの弾・塑性成分を意味する。なお本報告を通して、応力は全て有効応力の意味で用い、圧縮応力・収縮ヒズミをとともに正と約束する。

(1)式中の $d\gamma_c$ は著者らがデイスレーション項と名付けるもので、 dp により生じる正八面体せん断ヒズミ増分を意味する。砂に関して、 $d\gamma_c^e$ の存在は El-Sohby⁽⁴⁾ や Parkin⁽⁵⁾ により報告されているが、 $d\gamma_c^p$ に関する報告は著者らの知る限りでは皆無である。 $d\gamma_c^e$ 、 $d\gamma_c^p$ が、ダイレタンシー増分 dv_d^e 、 dv_d^p に比べて無視できるものとみなせば、後発異方性を考慮した正八面体応力ヒズミ増分関係は(2)式で与えられる。弾性ヒズミの増分関係は

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^e = \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}^e \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (2)_1$$

塑性ヒズミの増分関係は

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^p = \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}^p \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (2)_2$$

全ヒズミの増分関係は

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (2)_3$$

(1)、(2)式からただちに(3)式が導ける。

$$\begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}^e + \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}^p \quad (3)$$

ここに S_c 、 S_d 、 S_s はそれぞれ圧縮による体積ヒズミ、ダイレタンシー、正八面体せん断ヒズミ各増分のフレキシビリティであり、上サフィックス e はそのうちの弾性成分に関するもの、上サフィックス p は塑性成分に関するもの、サフィックスなしは全ヒズミ増分に関するフレキシビリティを意味している。

(2)式に与えた正八面体増分関係から応力ヒズミテンソルの増分関係の誘導は文献(1)に詳しいが、その概略は次のようである。i) 正八面体面上の諸量が不変量であることを利用し、(2)式から軸対称の2つの径路(圧縮、伸張)の増分関係を導びく。ii) 一般的な主応力・主ヒズミの増分関係は先の2つの軸対称の増分関係を包含していなければならない条件から主応力・主ヒズミの増分関係を得る。iii) 最後に、線形異方弾性材料のフレキシビリティとのアナロジーを仮定して、テンソルの増分関係に拡張する。上述の誘導の結果、主応力増分軸 (x' y' z' 軸) が回転しない場合のテンソルの増分関係は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} d\varepsilon_{x'} \\ d\varepsilon_{y'} \\ d\varepsilon_{z'} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{23} \\ C_{31} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{12} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma_{x'} \\ d\sigma_{y'} \\ d\sigma_{z'} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} d\gamma_{yz'} \\ d\gamma_{zx'} \\ d\gamma_{xy'} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2(C_{22}-C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 2(C_{33}-C_{31}) & 0 \\ 0 & 0 & 2(C_{11}-C_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\tau_{yz'} \\ d\tau_{zx'} \\ d\tau_{xy'} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)_1$$

$$C_{11} = \{(S_c + 3S_s) + \sqrt{2}S_d\}/9,$$

$$C_{22} = (S_c + 3S_s)/9,$$

$$C_{33} = \{(S_c + 3S_s) - \sqrt{2}S_d\}/9,$$

$$C_{23} = \{(2S_c - 3S_s) - 2\sqrt{2}S_d\}/18$$

$$C_{31} = \{(2S_c - 3S_s) + 2\sqrt{2}S_d\}/18$$

$$C_{12} = (2S_c - 3S_s)/18 \quad (4)_2$$

(4)式は全ヒズミテンソルの増分関係であり、(4)₂ の S_c 、 S_d 、 S_s を S_c^e 、 S_d^e 、 S_s^e 、または S_c^p 、 S_d^p 、 S_s^p で置き換えると、(4)₁ はそれぞれ弾性、塑性ヒズミテンソルの増分関係となる。

(2)₁ 式は弾性ヒズミの増分関係だから、応力履歴、時間依存性に無関係に全応力平面上で成り立つ。いいかえれば弾性ヒズミ増分のフレキシビリティ S_c^e 、

S_d^e, S_s^e は状態量 (例えば, 間隙比 e , 現在の応力状態 σ_{ij} など) のみの関数で与えられる。

一方(2)₂ 式に示した増分関係は塑性ヒズミに関するものであり, 応力履歴の影響や, 時間依存性は全て, 塑性ヒズミ増分関係(2)₂ 式が受け持つ。このことは, 塑性ヒズミ増分のフレキシビリティー S_c^p, S_d^p, S_s^p が, 状態量の他に, 応力履歴 $f d\sigma_{ij}$ (またはヒズミ履歴 $f de_{ij}$) と時間 t の関数で与えられることを意味している。ただし, 本報告においては時間 t は考慮せず, 今後の課題として残しておく。

3. 弾・塑性フレキシビリティーの決定

(2), (4)式にそれぞれ弾性・塑性・全ヒズミに関する正八面体面上, あるいはテンソル表示の増分関係が与えられたが, 次にその係数行列の成分, すなわちフレキシビリティーの関数形の具体的な決定方法を示さねばならない。工学的な見地からは, できるだけ簡単な試験機, 数少ない径路, 短い時間, 簡単なデータ処理で全てのフレキシビリティーを決定できることが望まれる。この観点に立って従来報告されている粘性土の変形特性を背景として, 弾塑性フレキシビリティーの関数形の定式化およびそれに用いる土質定数の実験による決定方法について考察する。(2)式から明らかのように, 繰り返し等方圧密試験 ($dq=0$ Test) から S_c^e, S_c^p, S_c が, 繰り返し平均主応力一定試験 ($dp=0$ Test) から S_d^e, S_d^p, S_d および S_s^e, S_s^p, S_s が決定できそうである。

i) S_c^e, S_c^p, S_c

例えば液性限界以上の含水比で繰り返した飽和粘土に p_i の圧力で先行等方圧密し, その後 Fig.1 (a) の径路の繰り返し等方圧密試験を行なったとしよう。このとき $e \sim \log p$ 関係を図示すると, 一般に Fig. 1 (b) のようになるといわれている。すなわち, i) 処女載荷時 (12, 45, 78) の $e \sim \log p$ 関係は, ほぼ直線で近似できる [正規圧密線]。ii) 除荷時 (23 or 56)。再載荷時 (34, 67) の $e \sim \log p$ 関係は, 図にみられるわずかなヒステリシスループを描くが, このヒステリシスを無視してそのループの中線で近似できる [膨潤線]。iii) 各膨潤線は, 互いに平行である。したがって Fig. 1 (b) は Fig. 1 (c) のように近似できる。なお正規圧密線, 膨潤線の勾配はそれぞれ圧縮指数 C_c , 膨潤指数 C_s と呼称されている。正規圧密線 18 は, 圧縮による全体積ヒズミ増分の特性を, 膨潤線 34, 67 は圧縮による弾性体積ヒズミ増分 dv_c^e の特性を示している。

上記の事情を式により展開すれば Fig. 1 (c) を参

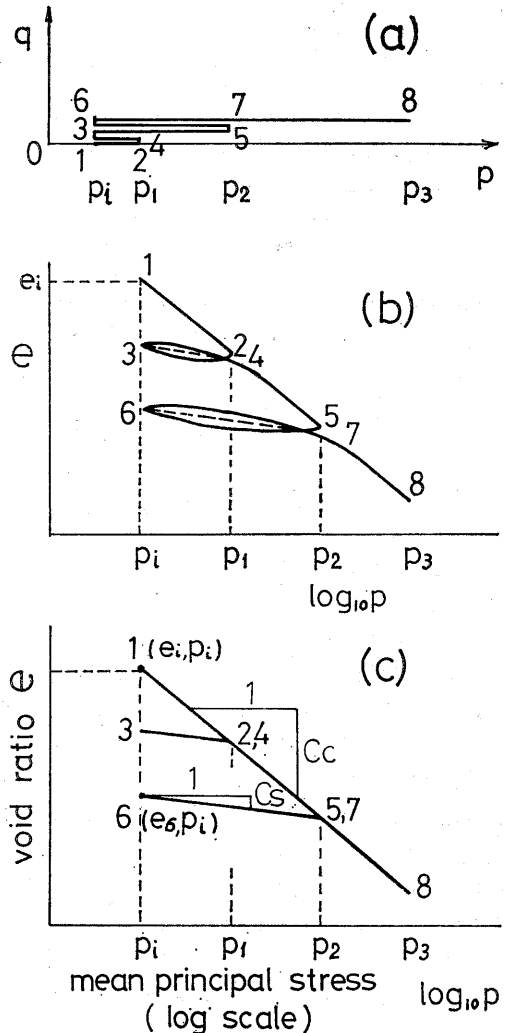


Fig. 1 Repeated Isotropic Comp. Test

- (a) Stress path
- (b) $e \sim \log p$ relationship
- (c) On the soil constants λ and κ (C_c and C_s)

考にして,

正規圧密線 18 に対して, 次式が成り立つ。

$$e - e_i = -C_c \log(p/p_i) = -0.435 C_c \ln(p/p_i) \quad (a)$$

膨潤線 67 に対して

$$e - e_0 = -C_s \log(p/p_i) = -0.435 C_s \ln(p/p_i) \quad (b)$$

Roscoe, Burland ら⁽⁶⁾ の用いた記号にならぬ

$$\lambda = 0.435 C_c, \quad \kappa = 0.435 C_s \quad (5)$$

とおき, (a), (b) 両式の微分をとれば,

$$de = -\lambda \cdot dp/p, \quad de = -\kappa \cdot dp/p \quad (c)$$

いま, 圧縮ヒズミを正と約束しているから, $dq=0$ における体積ヒズミ増分 dv_c と間隙比増分 de との関係

は次式で示される。

$$dv_c = (-de)/(1+e) \quad (d)$$

ただし、(c) の第2式は膨潤線 (b) 式の増分関係だから、この式の de は (d) 式を介して、 dv_c^e と結びつけられる。したがって (d) 式に (c) の2式を代入すれば次の増分関係を得る。

$$dv_c = \frac{\lambda}{1+e} \cdot \frac{1}{p} dp, \quad dv_c^e = \frac{\kappa}{1+e} \cdot \frac{1}{p} dp \quad (e)$$

(2), (3)式と (e) 式から圧縮による体積ヒズミ増分のフレキシビリティー S_c , S_c^e , S_c^p は、(6)式で与えられる。

$$S_c = dv/dq = 0/dp = dv_c/dp = \frac{\lambda}{1+e} \cdot \frac{1}{p}$$

$$S_c^e = dv_e|dq=0/dp = dv_c^e/dp = \frac{\kappa}{1+e} \cdot \frac{1}{p} \quad (6)$$

$$S_c^p = S_c - S_c^e = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \cdot \frac{1}{p}$$

ii) S_d^e , S_d^p , S_d

次に P_i で先行等方圧密された飽和粘土に、応力制御、排水条件で Fig. 2 (a) に示す径路の繰り返し平均主応力一定試験 ($dp=0$ Test) を行なう。このときの体積ヒズミ、すなわちダイレタンスー vd は間隙比に関係なく、正八面体応力比 $\eta = q/p$ により一義的に規定され、しかも η の1次式で表わせることが、柴田⁽⁶⁾により報告されている。以来、種々の粘性土に対してこの関係は確かめられている⁽⁶⁾⁽⁹⁾。

ダイレタンスーは本来土の非可逆的な変形に伴ない生じるものとされているから^{23, 34}の除荷・再載荷時の $vd - \eta$ 関係の勾配 $dv_d^e/d\eta$ はほぼゼロになり、Fig. 2 (b) のように近似してよいものと思われる。事実、平均主応力一定試験 ($dp=0$ Test) における弾性体積ヒズミ増分 dv_d^e を無視している例は多い⁽⁶⁾⁽⁹⁾。

$$dv_d^e = 0 \quad (f)$$

を認め、Fig. 2 (b) から $vd - \eta$ 関係の勾配を $dv_d/d\eta = \mu$ とおくとダイレタンスー増分は次式で表わせる。

$$dv_d = dv_d^p = \mu d\eta, \quad dv_d^e = 0 \quad (g)$$

一方 $\eta = q/p$ より、 η の全微分をとると

$$d\eta = (-\eta dp + dq)/p \quad (7)$$

上式に $dp=0$ を代入すると $dp=0$ Test における $d\eta$ は dq/p となり、これを (g) 式に代入し、次式を得る。

$$dv_d = dv_d^p = (\mu/p) \cdot dq, \quad dv_d^e = 0 \quad (h)$$

(2), (3)式と (h) 式から、ダイレタンスー増分のフレキシビリティー S_d^e , S_d^p , S_d が、(8)式で与えられる。

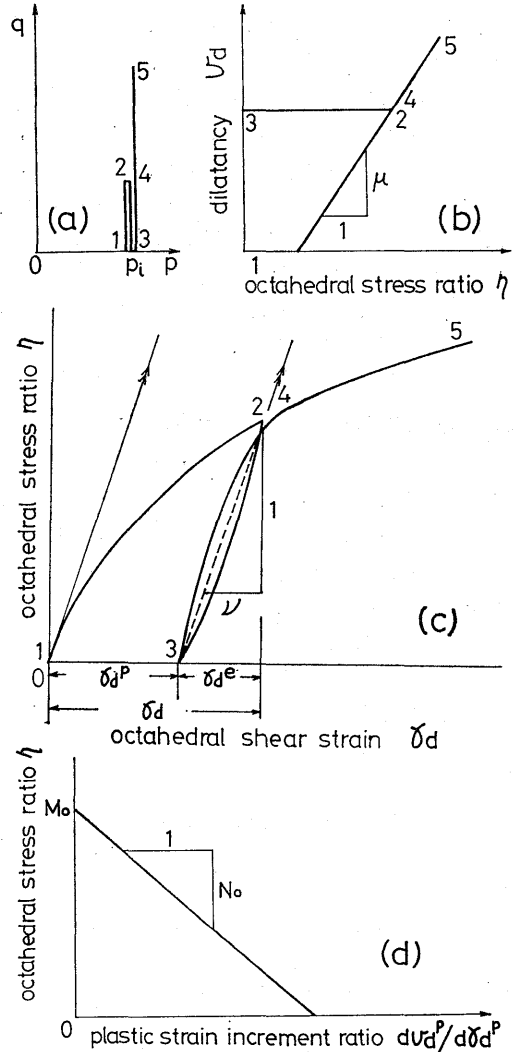


Fig. 2 Repeated Mean Principal Stress Const. Test

- (a) Stress path
- (b) Relationship between dilatancy v_d and octahedral stress ratio η ; On the soil constant μ
- (c) Relationship between octahedral shear strain γ_d and stress ratio η ; On the soil constant ν
- (d) Stress-dilatancy plott; On the soil constants M_0 and N_0

$$S_d^p = dv^p|dp=0/dq = dv_d^p/dq = \mu/p$$

$$S_d = dv|dp=0/dq = dv_d/dq = \mu/p \quad (8)$$

$$S_d^e = dv^e|dp=0/dq = dv_d^e/dq = 0$$

iii) S_s^e , S_s^p , S_s

砂、粘土を問わず、土質材料の変形特性を示す最も基本的な式として Rowe⁽⁴⁾ が等径の球の規則配置につ

いて得られた関係式にエネルギー比最小原理を適用して理論的に導いたストレス・ダイレタンシー式 (i) がある。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi_\mu}{2} \right) \left(1 + \frac{dv^p}{d\varepsilon_1^p} \right) \quad (i)$$

ここに ϕ_μ は粒子間摩擦角であり, $\sigma_2 = \sigma_3$, $d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3$ である。ストレス・ダイレタンシー式とは, 塑性ヒズミ増分比と応力比の間に存在する 1 次式の関係のいい, Rowe 以後も, Schofield ら⁽²⁾, 松岡⁽³⁾, Frydman ら⁽⁴⁾ により, 種々の形で提案されている。

例えば Frydman らは, 粒状体 (砂・ガラスビーズ etc) に関して正八面体面上でのエネルギー釣り合い式から, $dp=0$ Test における正八面体面上の塑性ヒズミ増分比 $dv_d^p/d\gamma_d^p$ と応力比 η が 1 次式で表わせる (j) 式を与えた。

$$\eta = \tan \phi_\mu - \frac{2}{3} \frac{dv_d^p}{d\gamma_d^p} \quad (j)$$

Frydman は, (j) 式を導びく際に, 応力・ヒズミ増分の軸対称条件を仮定している。しかも (j) 式は, 粒子間摩擦角 ϕ_μ を含んでおり, もともと粒状体に対して導かれたものであり, 粘性土へそのまま適用できるものではない。

したがって, 粘性土の場合は, 実験定数として, (j) 式の $\tan \phi_\mu$ のかわりに M_0 , $2/3$ のかわりに N_0 とおくと (k) 式で与えられる。

$$\eta = M_0 - N_0 (dv_d^p / d\gamma_d^p) \quad (k)$$

(k) 式に (g) 式に与えた dv_d^p を代入し, $d\gamma_d^p$ で整理して (l) 式を得る。

$$d\gamma_d^p = \frac{N_0}{M_0 - \eta} \cdot \frac{\mu}{p} \cdot dq \quad (l)$$

一方, 繰り返し平均主応力一定試験結果 (Fig. 2 (c) 参照) から, 全せん断ヒズミ γ_d と応力比 η の関係をプロットすれば, 除荷時 (23)・再載荷時 (34) の $\eta - \gamma_d$ 関係は, Fig. 2 (c) に示すわずかなヒステリシスループを描く。等方圧密試験と同様, その中線をもって, 近似すればその勾配 ν は, 次式で表わせることが図より明らかである。

$$d\eta / d\gamma_d^e = 1/\nu$$

$dp=0$ のとき $d\eta = dq/p$ より, $d\gamma_d^e$ は上式より (m) 式となる。

$$d\gamma_d^e = (\nu/p) \cdot dq \quad (m)$$

(2), (3) 式と (l), (m) 式から, 正八面体せん断ヒズミ増分のフレキシビリティ S_s^e , S_s^p , S_s は次式で与えられる。

$$S_s^p = d\gamma_d^p \mid dp=0/dq = d\gamma_d^p/dq = \frac{N_0}{M_0 - \eta} \cdot \frac{\mu}{p}$$

$$S_s^e = d\gamma_d^e \mid dp=0/dq = d\gamma_d^e/dq = \frac{\nu}{p} \quad (9)$$

$$S_s = S_s^p + S_s^e = \left(\nu + \frac{N_0 \cdot \mu}{M_0 - \eta} \right) \frac{1}{p}$$

ここに実験定数 M_0 , N_0 は平均主応力一定試験結果を Fig. 2 (d) のようにプロットしたときの切片と勾配で決定できる。

以上の考察から明らかなように, 繰り返し等方圧密試験から Fig. 1 (b) のプロットにより, λ , κ の 2 つ, 繰り返し平均主応力一定試験から Fig. 2 (b), (c), (d) のプロットにより ν , μ , M_0 , N_0 の 4 つの実験定数が得られる。

iv) 具体的な粘性土の増分関係

(6), (8), (9) 式に与えたフレキシビリティを (2) 式に代入すると粘性土の具体的な正八面体増分関係が, また (4) 式に代入すれば, 応力ヒズミテンソルの増分関係が与えられる。正八面体増分関係のみを示すと次のようである。

弾性ヒズミの増分関係は,

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^e = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\kappa}{1+e} & 0 \\ 0 & \nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix}$$

塑性ヒズミの増分関係は,

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^p = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\lambda - \kappa}{1+e} & \frac{\mu}{M_0 - \eta} \\ 0 & \frac{N_0 \cdot \mu}{M_0 - \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (10)$$

全ヒズミの増分関係は,

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix} = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{1+e} & \frac{\mu}{M_0 - \eta} \\ 0 & \nu + \frac{N_0 \cdot \mu}{M_0 - \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix}$$

4. 応力履歴の考慮

まず一般的な論議としてヒズミ硬化体の応力空間における降伏曲面 (降伏条件式) は次式で与えられる⁽⁶⁾。

$$f(\sigma_{ij}) = f_c$$

ここに f は降伏関数であり, 応力 σ_{ij} の関数で与えられる。 f_c は一般には応力 (またはヒズミ) 履歴の影響をうけ定数ではない。

ヒズミ硬化体では, 降伏関数 f が

$$f = f_c, \text{ かつ } df > 0$$

を満足するとき降伏が生じる。

また f が

$$f < f_c, \text{ または } df < 0$$

を満足するとき降伏は生じず弾性ヒズミのみ生じる。

応力空間で現在の降伏曲面の外側の応力点には塑性ヒズミを伴わなければ到達できず, その内側応力点には弾性ヒズミのみで到達できる。

砂の場合には、文献(1)に示したように降伏関数 f として正八面体応力比 η をとり、 f_c として η_{cr} なる初期間隙比 e_0 のみで決まる定数とした。すなわち砂では応力履歴によらない降伏曲面 $\eta = \eta_{cr}$ が存在したが、粘性土の場合には、負荷の初期の段階から、弾性ヒズミと塑性ヒズミが共存しており、状態量のみで決まる降伏曲面をもたない。しかも、Fig. 1 (c), Fig. 2 (b), (c) は粘性土の場合、セン断に対してだけでなく、圧密に対してはヒズミ硬化体として扱われることを示している。したがって、粘性土の場合には、(n) 式のように圧密に対する降伏条件式と、セン断に対する降伏条件式を別々に規定するのが、正八面体応力ヒズミ理論の立場からみても合理的であると考えられる。

$$\begin{aligned} \text{圧密に対する降伏条件式} &: f_{\xi} = f_{c\xi} \\ \text{セン断に対する降伏条件式} &: f_{\eta} = f_{c\eta} \end{aligned} \quad (n)$$

それでは、それぞれの降伏関数として何を選ぶか、パラメーター $f_{c\xi}$, $f_{c\eta}$ として何を採用するかが問題となる。

Fig. 2 (b), (c) に示したようにダイレタンスー、正八面体セン断ヒズミとともに η により規定されることから、セン断に対する降伏関数 f_{η} としては正八面体応力比 η が適当であろう。一方圧密に対する降伏関数 f_{ξ} としては圧縮による体積ヒズミ v_c が平均主応力 p により規定されるから、 p を採用するのが妥当であろう。なお f_{η} が正八面体応力比 η なる無次元量だから、無次元量で統一する意味から、 p を静水圧の基準量；大気圧 $p_0 = 1 \text{ Kg/cm}^2$ で除した値、 $\xi = p/p_0$ を用いる。

$$f_{\xi} = \xi, f_{\eta} = \eta \quad (o)$$

結局、圧密・セン断に関する降伏関数は、(o) 式で与えられる。数理塑性論では f_c は一般に塑性仕事 $\int dW^p$ の関数とされるようだが、本報告は異方増分関係を用いるため一般には主応力軸と塑性主ヒズミ増分軸が一致しないので塑性仕事の計算が困難である。

したがって本報告では、 $f_{c\xi}$, $f_{c\eta}$ は応力履歴のみの関数とし、次式を採用する。

$$f_{c\xi} = \xi_m, f_{c\eta} = \eta_m \quad (p)$$

ここに ξ_m , η_m は、応力履歴により、 $\xi = p/p_0$, $\eta = q/p$ の現在までに経験した最大値である。粘性土の具体的な降伏条件式は、(o), (p) 両式から(II)式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{圧密に対する降伏条件式} &: \xi = \xi_m \\ \text{セン断に対する降伏条件式} &: \eta = \eta_m \end{aligned} \quad (II)$$

現在の応力状態を (ξ, η) とすると、圧密に対しては $\xi = \xi_m$, かつ $d\xi > 0$ のとき降伏が生じる。すなわち、圧縮による体積ヒズミ増分 $dv_c^p = S_c^p \cdot dp$ が生じ

る。一方、 $\xi < \xi_m$ または $d\xi < 0$ のときには、降伏は生じず $dv_c^p = 0$; $S_c^p = 0$ となる。同様にしてセン断に対しても $\eta = \eta_m$ かつ $d\eta > 0$ のとき、降伏が生じる。すなわち、塑性ダイレタンスー増分 $dv_d^p = S_d^p \cdot dp$, 塑性正八面体セン断ヒズミ増分 $d\gamma_d^p = S_s^p \cdot dq$ が生じる。一方 $\eta < \eta_m$, または $d\eta < 0$ のとき、 $dv_d^p = d\gamma_d^p = 0$; $S_d^p = S_s^p = 0$ となる。

上記の事情を (ξ, η) 平面を用いて、模式的に示すと、Fig. 3 のようである。

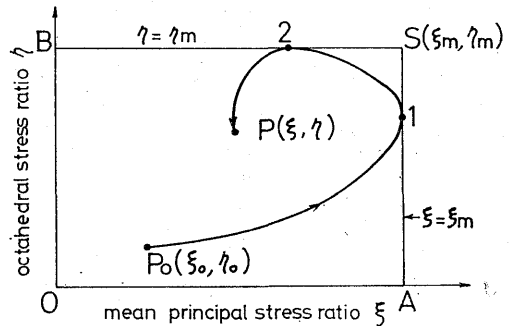


Fig. 3 Current Yield Locus on the Stress Ratio plane (ξ, η)

粘土が初期の応力状態 $P_0(\xi_0, \eta_0)$ から、負荷を受けて図中 $P_0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow P$ なる径路をたどり現在の応力状態 $p(\xi, \eta)$ になったとしよう。このとき、この履歴により ξ_m は点1で、 η_m は点2で経験しており、したがって現在の降伏曲線は、 (ξ, η) 平面上 $OASB$ で表わされる。ただし、 \overline{AS} ($\xi = \xi_m$) が圧密に対する現在の降伏曲線、 \overline{BS} ($\eta = \eta_m$) がセン断に対する現在の降伏曲線である。

さて、現在の応力状態を示す点 $P(\xi, \eta)$ のとり得る範囲は、その定義から $\xi < \xi_m$, $\eta < \eta_m$ より i) 隅角 S と一致する場合, ii) \overline{AS} 上, iii) \overline{BS} 上, iv) $OASB$ の内部にある場合の4通りである。

従来、土質工学では正規圧密、過圧密なる用語は、一次元圧密における過去と現在の軸方向応力 σ_z の大小関係で定義されてきた。

すなわち、過去の σ_z の最大値 σ_{zm} が現在の σ_z と等しければ正規圧密状態、 $\sigma_z < \sigma_{zm}$ ならば過圧密状態という。しかし、本研究の立場からは、圧密、セン断に対し、次のような新たな定義を与えるのが望ましい。以後、次のように用語を定義する。

それぞれ正規圧密状態は $\xi = \xi_m$, 過圧密状態は $\xi < \xi_m$, 正規セン断状態は $\eta = \eta_m$, 過セン断状態は $\eta < \eta_m$ なる応力状態を意味するものとする。したがって、例えば、正規圧密・過セン断状態とは $\xi = \xi_m$, and $\eta < \eta_m$ なる応力状態であり、Fig. 3 に則してい

Table-1

case	current stress condition	naming of the condition
(a)	$\xi = \xi_m$ and $\eta = \eta_m$	normally-consolidated and normally-sheared
(b)	$\xi = \xi_m$ and $\eta < \eta_m$	normally-consolidated and over-sheared
(c)	$\xi < \xi_m$ and $\eta = \eta_m$	over-consolidated and normally-sheared
(d)	$\xi < \xi_m$ and $\eta < \eta_m$	over-consolidated and over-sheared

例えば、現在の応力点 $P(\xi, \eta)$ が \overline{AS} 上にある場合にあたる。表にまとめてみると、Table-1 となる。

次に、現在の応力状態点 $P(\xi, \eta)$ から、新たなる負荷増分により生じる応力増分 $d\sigma_{ij}$ より計算される応力比増分 $d\xi, d\eta$ の正負の組み合わせとして、やはり、Fig. 4 (a), Table-2 に示すように、圧密・セン断に対する負荷・除荷過程の組み合わせとして4通りが考えられる。

なお、参考のために Fig. 4 (b) に正八面体応力平面

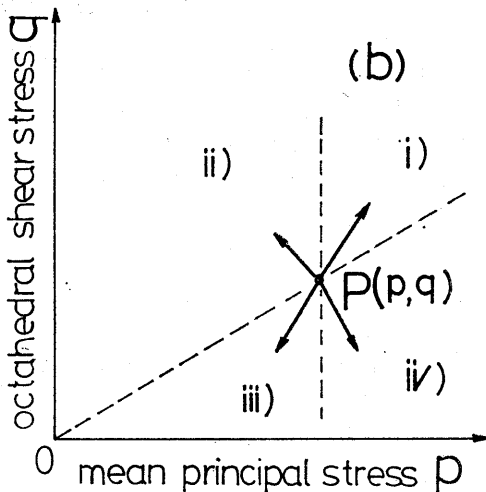
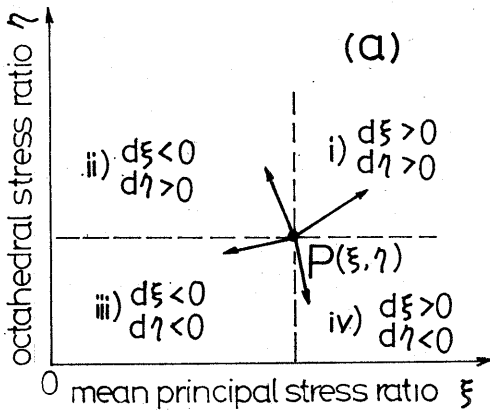


Fig. 4 Stress Increments

- (a) on the stress ratio plane (ξ, η)
- (b) on the octahedral stress plane (p, q)

Table-2

case	sign of the stress ratio increments	for compression	for shear
(i)	$d\xi > 0$ and $d\eta > 0$	loading	loading
(ii)	$d\xi < 0$ and $d\eta > 0$	unloading	loading
(iii)	$d\xi < 0$ and $d\eta < 0$	unloading	unloading
(iv)	$d\xi > 0$ and $d\eta < 0$	loading	unloading

(p, q) 上の応力増分との対応を示しておく。

Table-1 に示した case (a)~(d) と Table-2 に示した case i)~iv) の組合せ 16 case に対する塑性ヒズミ増分もしくは、塑性フレキシビリティのゼロ、ノンゼロの条件としては Table-3 に示した4通りの case NN, NZ, ZN, ZZ が考えられる。

Table-3

case	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
(a)	NN	ZN	ZZ	NZ
(b)	NZ	ZZ	ZZ	NZ
(c)	ZN	ZN	ZZ	ZZ
(d)	ZZ	ZZ	ZZ	ZZ

Table-3 に示した case NN, NZ, ZN, ZZ に対応する塑性ヒズミ増分、全ヒズミ増分のフレキシビリティをまとめて、Table-4 に示す。

Table-1~4 を用いて現在の応力状態 (ξ, η) と、現在までの応力履歴 (ξ_m, η_m) から次の応力増分 $(d\xi, d\eta)$ が生じるとき、用いるべき塑性ヒズミ、全ヒズミ増分のフレキシビリティが決定され、それを(4)₂ 式に代入することにより、塑性ヒズミ、全ヒズミ増分の増分関係が与えられる。

例えば、過圧密、正規セン断状態 ($\xi < \xi_m$ and $\eta = \eta_m$) で、応力比増分が Fig. 4 の P 点を原点として第2象限 ($d\xi < 0$ and $d\eta > 0$) にある場合、Table-1 の case (c), Table-2 の case (ii) にあたる。Table-3, 4 を用いフレキシビリティは、case ZN すなわち

$$S_c = \frac{\kappa}{1+e} \cdot \frac{1}{p}, \quad S_d = \frac{\mu}{p}, \quad S_s = \frac{1}{p} \left(\nu + \frac{N_0 \cdot \mu}{M_0 - \eta} \right)$$

Table-4

case	flexibilities of the plastic strain increments		matrix S^P	matrix S_e^P
	S_c^P	S_d^P, S_s^P	$\begin{bmatrix} S_c^P & S_d^P \\ 0 & S_s^P \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}$
NN	not zero $\neq 0$	not zero $\neq 0$	$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\lambda-\kappa}{1+e} & \frac{\mu}{M_0-\eta} \\ 0 & \frac{\mu}{M_0-\eta} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{1+e} & \frac{\mu}{M_0-\eta} \\ 0 & \nu + \frac{\mu}{M_0-\eta} \end{bmatrix}$
NZ	not zero $\neq 0$	zero $=0$	$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\lambda-\kappa}{1+e} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{1+e} & 0 \\ 0 & \nu \end{bmatrix}$
ZN	zero $=0$	not zero $\neq 0$	$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} 0 & \frac{\mu}{M_0-\eta} \\ 0 & \frac{\mu}{M_0-\eta} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\kappa}{1+e} & \frac{\mu}{M_0-\eta} \\ 0 & \nu + \frac{\mu}{M_0-\eta} \end{bmatrix}$
ZZ	zero $=0$	zero $=0$	$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{p} \begin{bmatrix} \frac{\kappa}{1+e} & 0 \\ 0 & \nu \end{bmatrix}$

であり、上式を(4)式に代入して、全ヒズミテンソルの増分関係が求まる。(4)₂式に代入すれば明らかなように、 $S_d \neq 0$ のとき、係数行列は非対称となりヒズミの応力径路依存性はいうまでもなく考慮されている。

なお、弾性ヒズミテンソルの増分関係の係数行列は対称でなければならないが、(10)式の第1式に与えた弾性ヒズミ増分のフレキシビリティ $S_c^e = \kappa/(1+e) \cdot p$ 、 $S_s^e = \nu/p$ 、 $S_d^e = 0$ を(4)₂式に代入すれば、

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = (S_c^e + 3S_s^e)/9$$

$$= \left(\frac{\kappa}{1+e} + 3\nu \right) \cdot \frac{1}{9p}$$

$$C_{23} = C_{31} = C_{12} = (2S_c^e - 3S_s^e)/18$$

$$= \left(\frac{2\kappa}{1+e} - 3\nu \right) \cdot \frac{1}{18p}$$

となり、弾性ヒズミテンソル増分関係の係数行列は確かに対称行列となる。

したがって、Table-1~4 と(4)式を用いて、任意の応力履歴をもつ、任意の応力径路下の粘性土の弾塑性応力ヒズミ挙動を計算することができる。

5. あとがき

粘土地盤の変形解析に適用可能な構成関係、すなわちテンソル表示の全応力・ヒズミ・時間関係の確立への第一段階として、本報告においては正八面体応力ヒズミ理論の立場から、粘性土を圧密・せん断に対するヒズミ硬化体とみなし、弾塑性有効応力・ヒズミの増分関係について考察した。

その結果、従来報告されている粘性土の変形特性、例えば i) 等方圧密における $e \sim \log p$ 関係の直線性、ii) ダイレタンスーと応力比の直線性、iii) ストレス・ダイレタンスー式などを背景として、応力履歴を考慮した粘性土の具体的な弾塑性の応力ヒズミテンソル増分関係を定式化した。また増分関係に用いる6個の土質定数 λ 、 κ 、 μ 、 ν 、 M_0 、 N_0 の室内試験による具体的な決定方法を示した。

現在、有明粘土を試料として3章 Fig. 1 (a)、Fig. 2 (a) に示した繰り返しの等方圧密試験と平均主応力一定試験、および種々の履歴をあたえた後、軸対称径路の試験を行なっている。

次報において、試験結果から増分関係の定式化に際し用いた種々の仮定の可否について検討していくと同時に、3章に示した決定方法に従い、有明粘土の6個の土質定数を求める。また種々の履歴を経た軸対称径路に沿う弾塑性応力ヒズミ挙動を計算し、実測値との比較により本報告において定式化した増分関係の検証を行なう。

謝 辞

末筆ながら、本研究をすすめるにあたり有益な御助言を頂いた本学伊勢田哲也教授、同落合英俊助教授に感謝の意を表します。

引用文献

- 1) 棚橋：砂の後発異方性について一応力ヒズミテンソルの異方増分関係；長崎大学工学部研究報告第10号，pp. 47-56，1月，1978

- 2) 棚橋・安部・伊勢田：土のダイラタンシー特性を考慮した FEM 非線形解析；長崎大学工学部研究報告第10号, pp. 57-65, 1月, 1978
- 3) 棚橋：不変量表示の応力ひずみ関係式—砂の場合—；長崎大学工学部研究報告第6号, pp. 103-112, 12月, 1975
- 4) El-Sohby. E. A and Andrawes. K. Z : Experimental Examination of Sand Anisotropy ; 8th I. C. S. M. F. E. vol. 1, pp. 103-109, Moscow, 1973
- 5) Parkin. A. K, Gerrard. C. M and Willowghby. D. R : Discussion on Deformation of Sand in Shear ; proc. A. S. C. E., vol. 94, No. SMI, pp. 336-340, 1968
- 6) Roscoe. K. H and Burland. J. B : On the Generalized Stress Strain Behaviour of 'Wet' Clay ; in Engineering Plasticity pp. 535-610, Cambridge Univ. Press, 1968
- 7) 柴田徹：粘土のダイラタンシーについて；京大防災研年報第6号, pp. 128-134, 1958
- 8) 例えば, 安原・山内：異方圧密粘土の三軸圧密における変形特性；土木学会論報, 第246号, pp. 93-103, 2月, 1976
- 9) 安藤幹也：不変量表示の応力ヒズミ関係式—正規圧密飽和粘土の場合—；長崎大学工学部土木工学科, 卒業研究論文, 3月, 1976
- 10) Frydman. S, Zeitlen. J. G and Alpan. I : The Yielding Behaviour of Particulate Media ; Canadian Geotechnical Journal, vol. 10, pp. 341-362, 1973
- 11) Rowe. P. W : The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact ; Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, vol. 269, pp. 500-527, 1962
- 12) Schofield. S and Wroth. P : Cam-Clay and the Critical State Concept ; in Critical State Soil Mechanics, pp. 134-164, McGraw-Hill, 1968
- 13) 松岡元：せん断時の土の応力ひずみ関係について—；京大防災研年報第15号 B, pp. 499-511 4月, 1972
- 14) 例えば, 竜岡文夫：粒状体のせん断特性 (I) ; 土質工学会, 粒状体の力学研究委員会資料, No. 3, 11月, 1974