動学モデルによる消費者需要方程式システムの推定

細　内　勇

1．序

静学的な消費者需要モデルを動学化する方法として，効用関数或いは費用関数に習慣的なラグ要因を導入して動学的な需要関数を導きだす Ray の方法、多期間にわたる条件付効用極大問題を解くことによって動学的に最適な需要関数を導きだす Phlips や Lluch の方法等がある。これに対して，Anderson and Blundell (1982) は，モデルに誤差調整機構 Error Correction Mechanism (E. C. M.) を含んだ動学的需要関数を導きだした。Davidson et al. (1978) は，単一方程式モデルに関して，長期的な均衡モデルとしての静学モデルから出発して，一般的な有理型ラグ分布で表現された短期的な動学モデルを表現し，ラグ多項式が一次の場合にはモデルは E. C. M. 項 $\gamma(y_{t-1}-x_{t-1})$ を含む次の形で表現されることを示した。

$$\Delta y_t=\alpha+\beta\Delta x_t-\gamma(y_{t-1}-x_{t-1})+\varepsilon_t$$

ここで，y_t は被説明変数，x_t は説明変数，ε_t は攪乱項，α, β, γ はパラメーターである。Δ は一階のラグオペレーターであり，$\Delta y_t=y_t-y_{t-1}$ を示す。Anderson and Blundell はこの方法を連立方程式体系へ一般化した。(1) いま，変数に関して線形な静学モデルを次のように表現する。

(1)　$w_t=\Pi(\theta)x_t+\varepsilon_t$

ここで，w_t は $k\times1$ の被説明変数ベクトル。x_t は $n\times1$ の説明変数ベクトル，$\Pi(\theta)$ はパラメーター θ の関数である。いま，動学的な分布ラグの方程式体系を考える。

(2) $B^*(L)w_t = A^*(L)x_t + \varepsilon_t$

ここで $B^*(L) = I + B_1^*L + B_2^*L^2 + \cdots + B_p^*L^p$,

$A^*(L) = A_0^* + A_1^*L + A_2^*L^2 + \cdots + A_q^*L^q$

であり，L はラグオペレーター $Ly_t = y_{t-1}$ である。

$B^*(L)w_t = \Delta w_t + B(L)\Delta w_t + B^*(1)w_{t-p}$

および $A^*(L)x_t = A(L)\Delta x_t + A^*(1)x_{t-q}$ (2)

という関係を用いると(2)式は次のように書き直すことができる。

(3) $\Delta w_t = -B(L)\Delta w_t + A(L)\Delta x_t - B(w_{t-p} - \Pi(\theta)x_{t-q}) + \varepsilon_t$

ここで，$B(L) = \sum_{i=1}^{p-1}\left(\sum_{j=0}^{i} B_j^*\right)L^i$ $p > 1$（$p \leqq 1$ のときはゼロ）

$A(L) = \sum_{i=0}^{q-1}\left(\sum_{j=0}^{i} A_j^*\right)L^i$ $q \geqq 1$

$B \equiv B^*(1) \equiv \sum_{j=0}^{p} B_j^*$

$\Pi(\theta) = B^{-1}A^*(1) \equiv \left[\sum_{j=0}^{p} B_j^*\right]^{-1}\left[\sum_{j=0}^{q} A_j^*\right]$

である。いま，$p=1$ および $q=1$ と仮定すると，一階の動学モデルは次のようになる。

(4) $\Delta w_t = A\Delta x_t - B(w_{t-1} - \Pi(\theta)x_{t-1}) + \varepsilon_t$

消費者需要理論の同次性および対称性の計量モデルによる統計的検定について, Laitinen（1978), Meisner（1979), Bera et al.（1981）は，シミュレーションによって，同次性および対称性の（漸近的な）検定方法は，（静学的な）需要関数の方程式の大きさに比較して標本数が小さい場合には，帰無仮説を偏って棄却する傾向があることを示している。 Anderson and Blundell (1983, 1984）は，動学的な AIDS 需要方程式体系の同次性および対称性を，カナダおよびイギリスのデータでもって検定し，同次性および対称性が必ずしも棄却できないことを示した。又、Kiefer（1984）はベルギーの 1,454 個のミクロの家計調査データを用いて静学的なロッテルダムモデルを推定し，同次性および対称性が必ずしも棄却できないことを示し，国民所得データの

ような（財に関する）集計データを用いて推定するときに生じる集計バイアスを指摘している。次節では，日本の衣料費に関する動学的な AIDS 需要方程式体系を推定し，同次性および対称性の検定をし，消費者が合理的な消費行動を行っているかを確かめる。

2. 動学モデルによる AIDS 需要関数の測定

(4)式の動学的な需要関数を測定するのに，長期的な均衡モデルとして Deaton and Muellbauer（1980）の AIDS 需要関数を仮定する。AIDS 需要関数は flexible な関数であり，消費者に関する集計に関して，各消費者の需要関数と同じ形をもった集計した（平均的な）需要関数となっている。したがって，家計の効用関数（支出関数）から導きだした AIDS 需要関数を家計に関して集計したデータを用いて測定することが正当化される。AIDS 需要関数は次のようにかかれる。

$$(5)\qquad w_i=\alpha_i+\beta_i\log\left(\frac{y}{P}\right)+\sum_{j=1}^{k}\gamma_{ij}\log p_j \quad i=1\cdots k,$$

ここで，

$$(6)\qquad \log P=\alpha_0+\sum_{m=1}^{k}\alpha_m\log p_m+\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\gamma_{mj}\log p_m\cdot\log p_j,$$

$$w_i=\frac{p_i q_i}{y},$$

y＝支出金額,

p_i＝第 i 財の価格,

q_i＝第 i 財の需要量

である。したがって，(4)式の動学モデルは次のようにかくことができる。

$$(7)\qquad \Delta w_t=A\Delta x_t-B(w_{t-1}-\Pi x_{t-1})+\varepsilon_t$$

$$\Delta w_t=\begin{bmatrix} w_{1t}-w_{1t-1}\\ w_{2t}-w_{2t-1}\\ \vdots\\ w_{kt}-w_{kt-1}\end{bmatrix},\quad w_{t-1}=\begin{bmatrix} w_{1t-1}\\ w_{2t-1}\\ \vdots\\ w_{kt-1}\end{bmatrix},$$

$$\Delta x_t=\begin{bmatrix}\log(\frac{y}{P})_t-\log(\frac{y}{P})_{t-1}\\ \log p_{1t}-\log p_{1t-1}\\ \log p_{2t}-\log p_{2t-1}\\ \vdots\\ \log p_{kt}-\log p_{kt-1}\end{bmatrix},\quad x_{t-1}=\begin{bmatrix}\log(\frac{y}{P})_{t-1}\\ \log p_{1t-1}\\ \log p_{2t-1}\\ \vdots\\ \log p_{kt-1}\end{bmatrix},$$

$$A=\begin{bmatrix}a_{10} & a_{11} & \cdots a_{1k}\\ a_{20} & a_{21} & \cdots a_{2k}\\ & & \vdots\\ a_{k0} & a_{k1} & \cdots a_{kk}\end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix}b_{11} & \cdots & b_{1k}\\ b_{21} & \cdots & b_{2k}\\ & \vdots & \\ b_{k1} & \cdots & b_{kk}\end{bmatrix},$$

$$\Pi=\begin{bmatrix}\alpha_1 & \beta_1 & \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1k}\\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_{21} & \cdots & \gamma_{2k}\\ & & \vdots & & \\ \alpha_k & \beta_k & \gamma_{k1} & \cdots & \gamma_{kk}\end{bmatrix}.$$

このとき，パラメーターについて次のような制約が考えられる。

1. 加算制約

$$\sum_{i=1}^{k}\alpha_i=1,\quad \sum_{i=1}^{k}\beta_i=0,\quad \sum_{i=1}^{k}\gamma_{ij}=0$$

2. 同次性

$$\sum_{j=1}^{k}\gamma_{ij}=0$$

3. 対称性

$$\gamma_{ij}=\gamma_{ji}$$

このシェア方程式体系は全体としては特異なシステムとなるので，推定の際には，任意の1つの式を除外した残りの k−1 個の式からなるシステムでもって推定し，k 番目のパラメーターの値は加算制約式を用いて得る。推定さ

れたパラメーターから，支出弾力性 e_y，価格弾力性 e_{ij}，補整された価格弾力性 c_{ij}，スルッキー代替行列の値 k_{ij} は，各々次の式によって計算される。[(3)]

(8)　$$e_y = 1 + \frac{\beta_i}{w_i}$$

(9)　$$e_{ij} = \frac{1}{w_i}(\gamma_{ij} - \beta_i(\alpha_j + \sum_{m=1}^{k} \gamma_{mj} \log p_m)) - \delta_{ij}$$

(10)　$$c_{ij} = \frac{1}{w_i}(\gamma_{ij} + \beta_i\beta_j \log(\frac{y}{P}) - w_i\delta_{ij} + w_i w_j)$$

(11)　$$k_{ij} = c_{ij} w_i$$

ここで，$\delta_{ij}=1$ if $i=j$，$\delta_{ij}=0$ if $i\neq j$ である。

消費者需要方程式体系の推定は，昭和38年1月から昭和58年12月までの月次データの原系列でもって行った。消費者需要のうち，和服，洋服，シャツおよびセーター，そして下着の4つの需要方程式からなるシステムを考えた。衣料費のうちの各費目についての需要方程式を推定するには，衣料費と他の消費費目との間に選好関係に弱い意味での分離可能性が存在していると仮定し，衣料費のうちの各費目についての消費需要の決定が，第一段階目の衣料費と他の消費費目への支払配分につづく第二段階目の衣料費のなかでの消費支出の配分によるという，二段階にわたる消費支出配分の決定を仮定している。すなわち，効用関数 u が衣料 x とその他の消費費目 z に分離可能とする，$u=F(\phi(x), z)=f(v, z)$, $v=\phi(x)$。このとき，衣料に関する AIDS 需要関数は，$c=\min\{\sum_{i=1}^{k} p_i x_i \; ; \; \phi(x)\geqq v\}$ という費用関数から導かれる。[(4)]

各衣料費の支出額は，総理府統計局発行の「昭和38年～55年の家計」および「家計調査報告年報」より得た。又，価格指数は，総理府統計局発行の「昭和55年基準消費者物価接続指数」および「消費者物価指数年報」より得た。ここでは，原系列の月次データを用いているので，原データに季節階差 $\Delta_{12}=1-L^{12}$, $L^{12}x_t=x_{t-12}$ をとった次の形でもって推定を行った。[(5)]

(12)　$$\Delta\Delta_{12}w_t = A\Delta\Delta_{12}x_t - B(\Delta_{12}w_t - \Pi\Delta_{12}x_t) + \varepsilon_t.$$

又，推定の際には，(5)式の所得を実質化する指数として(6)式の代りに近似的

な値として，

$$(13)\quad \log P = \sum_{i=1}^{k} w_i \log p_i$$

を用いた。[6]

モデルは非線形な連立方程式となるので計算は最尤法により行った。[7] 同次性および対称性の検定は尤度比検定により行った。いま，制約のない仮説を H_0 とし，そのときのモデルの対数尤度関数の値を $\log L_0$ とする。同次性の制約の仮説を H_1 とし，そのときのモデルの対数尤度関数の値を $\log L_1$ とする。同次性および対称性の制約の仮説を H_2 とし，そのときのモデルの対数尤度関数の値を $\log L_2$ とする。各々の計算された値は次の通りである。

$\log L_0 = 1407.94$,

$\log L_1 = 1407.14$,

$\log L_2 = 1406.63$。

仮説 H_1 と対立仮説 H_0 の検定において，仮説 H_1 の下で自由度は制約の数である3である。自由度3のとき，χ^2－分布の5％のP－値は7.815であり，$\chi^2 = -2(\log L_1 - \log L_0) = 1.60$ であるから，同次性の仮説は5％の棄却域の検定において棄却できない。同様に，仮説 H_2 と対立仮説 H_1 の検定において，自由度は3であり，$\chi^2 = -2(\log L_2 - \log L_1) = 1.02$ であるから，対称性の仮説は5％の棄却域の検定において棄却できない。表1に同次性および対称性の制約の下で推定された動学的な需要方程式体系のパラメーターの値を示した。パラメーターの下の括弧の中の値はパラメーターの標準偏差である。表2には，計算された支出弾力性，価格弾力性，補整された価格弾力性，スルッキー代替行列の値を示した。対称性の仮定の下では $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ であり，スルッキー代替行列の値は $k_{ij} = k_{ji}$ である。衣料費のうちで和服の条件付支出弾力性の値は1より大きく，衣料のうちで和服は奢侈品となっている。スルッキー代替行列の対角要素の値はすべて負となっている。又，スルッキー代替行列の固有値の値は0，－0.4103，－0.0692，－0.0358となり，スルッキー代替行列は階数3の負値半定符号行列となっている。

表1　動学的 AIDS 需要関数のパラメーターの値

	α_i	β_i	γ_{i1}	γ_{i2}	γ_{i3}	γ_{i4}	b_{i1}	b_{i2}	b_{i3}	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}
和　服	−0.005	0.119	−0.049	0.089	−0.050	0.011	−0.725	0.063	0.461	0.215	−0.051	0.330	0.235	−0.286
	(0.004)	(0.051)	(0.106)	(0.093)	(0.058)	(—)	(0.293)	(0.323)	(0.362)	(0.040)	(0.225)	(0.126)	(0.144)	(0.242)
洋　服	0.0002	−0.025		−0.035	−0.014	−0.040	−0.153	−0.926	−0.546	−0.089	−0.053	−0.179	−0.149	0.406
	(0.004)	(0.055)		(0.098)	(0.055)	(—)	(0.235)	(0.268)	(0.289)	(0.033)	(0.187)	(0.109)	(0.083)	(0.176)
シャツ	0.005	−0.034			0.097	−0.034	0.250	0.225	−0.413	−0.066	0.047	−0.082	0.017	−0.093
セーター	(0.002)	(0.042)			(0.058)	(—)	(0.159)	(0.172)	(0.178)	(0.020)	(0.091)	(0.059)	(0.083)	(0.134)
下　着	0.9998	−0.060				0.064	0.628	0.638	0.499	−0.060	0.057	−0.069	−0.102	−0.027
	(—)	(—)				(—)	(—)	(—)	(—)	(—)	(—)	(—)	(—)	(—)

表２　動学モデルの各弾力性の値

	シェアー	支出弾力性	価格弾力性 e_{i1}	e_{i2}	e_{i3}	e_{i4}
和　服	14.3%	1.832	−1.344	0.627	−0.353	−0.761
洋　服	53.2%	0.953	0.167	−1.066	−0.025	−0.291
シャツ セーター	19.8%	0.830	−0.252	−0.070	−0.507	−0.002
下　着	12.7%	0.525	0.083	−0.322	−0.266	−0.020

	補整された価格弾力性 c_{i1}	c_{i2}	c_{i3}	c_{i4}	スルッキー代替行列 k_{i1}	k_{i2}	k_{i3}	k_{i4}
和　服	−0.957	1.100	−0.220	0.076	−0.137	0.157	−0.031	0.011
洋　服	0.296	−0.530	0.176	0.058	0.157	−0.282	0.094	0.031
シャツ セーター	−0.159	0.474	−0.295	−0.020	−0.031	0.094	−0.058	−0.004
下　着	0.086	0.243	−0.031	−0.298	0.011	0.031	−0.004	−0.038

動学モデルによる検定では，消費者需要理論の同次性および対称性が棄却できないことが示された。この場合，データ数が比較的大きい（160標本数）ので，参考のために，次の静学的なAIDS需要関数を用いて同次性および対称性の検定を行った。

$$\Delta_{12}w_i=\alpha_i+\beta_i\Delta_{12}\log\left(\frac{y}{P}\right)+\sum_{j=1}^{k}\gamma_{ij}\Delta_{12}\log p_j$$

ここで，$\log P=\sum_{i=1}^{k}w_i\log p_i$ を用いた。制約のないときのモデルの対数尤度関数の値を $\log L_0$，同次性の制約の下でのモデルの対数尤度関数の値を $\log L_1$，同次性および対称性の制約の下でのモデルの対数尤度関数の値を $\log L_2$ とするとき，各々の値は次のようになった。

$\log L_0=1353.20$

$\log L_1=1350.50$

$\log L_2=1349.64$

したがって，この場合静学モデルでも同次性および対称性の仮説は5％の棄却域の検定において棄却することはできない。同次性および対称性の制約のもとで推定された静学的なAIDS需要関数のパラメーターの値および各弾力性の値を各々表3および表4に示した。この場合，静学モデルで計算された支出弾力性およびスルッキー代替行列の値とも，動学モデルで計算された値と大きな相違を示してはいない。しかし，価格変数のパラメーター γ_{ij} については幾分かの相違がみられる。

表3　静学的 AIDS　需要関数のパラメーターの値

	α_i	β_i	γ_{i1}	γ_{i2}	γ_{i3}	γ_{i4}
和　服	−0.004	0.141	−0.084	0.052	−0.014	0.046
	(0.003)	(0.033)	(0.069)	(0.056)	(0.029)	(—)
洋　服	0.002	−0.021		0.006	−0.021	−0.037
	(0.002)	(0.028)		(0.058)	(0.027)	(—)
シャツ セーター	0.004	−0.061			0.081	−0.046
	(0.001)	(0.015)			(0.027)	(—)
下　着	0.999	−0.059				0.038
	(—)	(—)				(—)

表4　静学モデルの各弾力性の値

	シェアー	支出弾力性	価格弾力性 e_{i1}	e_{i2}	e_{i3}	e_{i4}
和服	14.3%	1.983	−1.591	0.367	−0.099	−0.660
洋服	53.2%	0.960	0.098	−0.988	−0.039	−0.310
シャツ セーター	19.8%	0.692	−0.069	−0.106	−0.590	0.728
下着	12.7%	0.540	0.364	−0.297	−0.364	−0.243

	補整された価格弾力性 c_{i1}	c_{i2}	c_{i3}	c_{i4}	スルッキー代替行列 k_{i1}	k_{i2}	k_{i3}	k_{i4}
和服	−1.100	0.843	−0.048	0.306	−0.157	0.120	−0.007	0.044
洋服	0.227	−0.454	0.165	0.062	0.120	−0.242	0.088	0.033
シャツ セーター	−0.349	0.444	−0.346	−0.062	−0.007	0.088	−0.069	−0.012
下着	0.344	0.261	−0.097	−0.508	0.044	0.033	−0.012	−0.065

3. むすび

衣料に関する動学的な AIDS 需要関数を，月次の家計調査データを用いて推定した。推定された結果によると，消費者は合理的な家計の消費行動をしていると想定でき，衣料費に関して消費者需要理論の同次性および対称性の仮説は棄却することができない。

ここでは，動学モデルを原系列の月次系列の季節階差をとった後に，一階のラグ分布を仮定して推定を行った。一般的なラグ構造をどこまで採用するかという動学的モデルのスペシフィケーション specification の問題には立ちいっていない。

注

(1) 詳しくは，Anderson and Blundell (1982) を参照されたい。

(2) $$B^*(L)w_t = w_t - w_{t-1} + w_{t-1} + B_1^* w_{t-1} + B_2^* w_{t-2} + \cdots + B_{p-1}^* w_{t-(p-1)} + B_p^* w_{t-p}$$

$$= \varDelta w_t + w_{t-1} + B_1^* w_{t-1} + B_2^* w_{t-2} + \cdots + B_{p-1}^* w_{t-(p-1)} + \sum_{j=0}^{p} B_j^* w_{t-p} - \sum_{j=0}^{p-1} B_j^* w_{t-p}$$

$$= \varDelta w_t + \sum_{j=0}^{1} B_j^* w_{t-1} + \sum_{j=0}^{2} B_j^* w_{t-2} + \cdots + \sum_{j=0}^{p-1} B_j^* w_{t-(p-1)} - \sum_{j=0}^{1} B_j^* w_{t-2} - \cdots - \sum_{j=0}^{p-2} B_j^* w_{t-(p-1)} - \sum_{j=0}^{p-1} B_j^* w_{t-p} + \sum_{j=0}^{p} B_j^* w_{t-p}$$

$$= \varDelta w_t + \sum_{i=1}^{p-1} \left(\sum_{j=0}^{i} B_j \right) L^i w_t - \sum_{i=1}^{p-1} \left(\sum_{j=0}^{i} B_j \right) L^i w_{t-1} + B^*(1) w_{t-p}$$

$$= \varDelta w_t + B(L) \varDelta w_t + B^*(1) w_{t-p}$$

$$A^*(L)x_t = A_0^* x_t + A_1^* x_{t-1} + A_2^* x_{t-2} + \cdots + A_{q-1}^* x_{t-(q-1)} + A_q^* x_{t-q}$$

$$= A_0^* x_t + A_1^* x_{t-1} + A_2^* x_{t-2} + \cdots + A_{q-1}^* x_{t-(q-1)} + \sum_{j=0}^{q} A_j^* x_{t-q} - \sum_{j=0}^{q-1} A_j^* x_{t-q}$$

$$= A_0^* x_t + \sum_{j=0}^{1} A_j^* x_{t-1} + \sum_{j=0}^{2} A_j^* x_{t-2} + \cdots + \sum_{j=0}^{q-1} A_j^* x_{t-(q-1)}$$

$$-A_0^* x_{t-1} - \sum_{j=0}^{1} A_j^* x_{t-2} - \cdots - \sum_{j=0}^{q-2} A_j^* x_{t-(q-1)} - \sum_{j=0}^{q-1} A_j^* x_{t-q} + \sum_{j=0}^{q} A_j x_{t-q}$$

$$= \sum_{i=0}^{q-1} \left(\sum_{j=0}^{i} A_j^* \right) L^i x_t - \sum_{i=0}^{q-1} \left(\sum_{j=0}^{i} A_j^* \right) L^i x_{t-1} + A^*(1) x_{t-q}$$

$$= A(L) \Delta x_t + A^*(1) x_{t-q}$$

(3) $$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^{k} \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \log\left(\frac{y}{P}\right)$$

where

$$\log P = \alpha_0 + \sum_{m=1}^{k} \alpha_m \log p_m + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \gamma_{mj} \log p_m \log p_j$$

$$p_i q_i = \alpha_i y + y \sum_{j=1}^{k} \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i y \log y - \beta_i y \left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{k} \alpha_m \log p_m + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \gamma_{mj} \log p_m \log p_j \right)$$

$$\theta_i = p_i \frac{\partial q_i}{\partial y} = \alpha_i + \sum_{j=1}^{k} \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i (1 + \log y) - \beta_i \left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{k} \alpha_m \log p_m + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \gamma_{mj} \log p_m \log p_j \right)$$

$$= w_i + \beta_i$$

$$e_y = \frac{y\,\partial q_i}{q_i\,\partial y} = \frac{\theta_i}{w_i} = 1 + \frac{\beta_i}{w_i}$$

$$\eta_{ij} = \frac{\partial (p_i q_i)}{\partial \log p_j} = \frac{\partial (p_i q_i)}{\partial p_j} \frac{\partial p_j}{\partial \log p_j} = p_i \frac{\partial q_i}{\partial p_j} p_j = p_i q_i \left(\frac{p_j}{q_i} \frac{\partial q_i}{\partial p_j} \right)$$

$$= y \gamma_{ij} - y \beta_i \left(\alpha_j + \sum_{m=1}^{k} \gamma_{mj} \log p_m \right)$$

$$e_{ij} = \frac{p_j}{q_i} \frac{\partial q_i}{\partial p_j} = \eta_{ij} \frac{1}{p_i q_i}$$

$$= \frac{y}{p_i q_i} \left(\gamma_{ij} - \beta_i \left(\alpha_j + \sum_{m=1}^{k} \gamma_{mj} \log p_m \right) \right) - \delta_{ij} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i=j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

$$= \frac{1}{w_i} \left(\gamma_{ij} - \beta_i \left(\alpha_j + \sum_{m=1}^{k} \gamma_{mj} \log p_m \right) \right) - \delta_{ij}$$

$$c_{ij} = e_{ij} + \theta_i \frac{w_j}{w_i}$$

$$=\frac{1}{w_i}(\gamma_{ij}-\beta_i(w_j-\beta_j\log(\frac{y}{P})))-\delta_{ij}+w_j+\frac{w_j}{w_i}\beta_i$$

$$=\frac{1}{w_i}(\gamma_{ij}+\beta_i\beta_j\log(\frac{y}{p})-w_i\delta_{ij}+w_iw_j)$$

(4) 二段階にわたる支出配分の決定については Strotz (1957) を参照されたい。

(5) 季節調整済データを用いるときの問題点については Davidson et al. (1978) p.671 を参照されたい。

(6) 計算したモデルの結果に対して，所得を実質化する指数(6)式とその近似的な値(13)式との間に大きな差がないことが，Deaton and Muellbaner (1980) p. 320 および Anderson and Blundell (1983) p. 403 に報告されている。

(7) 計算は T. S. P. パッケージのガウス・ニュートン法により行った。

参 考 文 献

1 . Anderson, G. and R. W. Blundell (1982), "Estimation and Hypothesis Testing in Dynamic Singular Equation Systems," Econometrica, 50, 1559-1571

2 . ________________ (1983), "Testing Restrictions in a Flexiable Dynamic Demand System: An Application to Consumer's Expenditure in Canada," Review of Economic Studies, 50, 397-410

3 . ________________ (1984), "Consumer Non-Durables in the U. K.: A Dynamic Demand System," Economic Journal, 35-44

4 . Bera, A. K., R. P. Byron and C. M. Jaque (1981), "Further Evidence on Asymptotic Tests for Homogeneity and Symmetry in Large Demand Systems," Economic Letters, 8, 101-106

5 . Davidson, J. E. H., D. F. Hendry, F. Srba and S. Yea (1978), "Econometric Modelling of the Aggregate Time Series Relationship Between Consumer's Expenditure and Income in the United Kingdam," Economic Journal, 88, 661-692

6 . Deaton, A. and J. Muellbauer (1980), "An Almost Ideal Demand Systems," American Economic Review, 70, 312-326

7 . Kiefer, N. M. (1984), "Microeconomic Evidence on the Neoclassical Model of Demand," Journal of Econometrics, 25, 285-302

8 . Laitinen, K. (1978), "Why is Demand Homogeneity so offten Rejected," Economic Letters, 1, 187-192

9 . Lluch, C. (1973), "The Extended Linear Expenditure System," European Economic Review, 4, 277-302

10. Meisner, J. F. (1979), "The Sad Fate of the Asymptotic Slutsky Symmetry Test for Large Systems," Economic letters, 2, 231-234

11. Phlips, L. (1974), Applied Consumption Analysis, North-Holland

12. Ray, R. (1984), "A Dynamic Generalization of the Almost Ideal Demand System," Economic Letters, 14, 235-240

13. Strotz, R. H. (1957), "The Empirical Implications of a Utility Tree," Econometrica, 25, 269-280