可変なパラメータの 計量モデルのコントロール

細　内　　　勇

1．序

目標変数と政策手段との間の関係を数量的に分析する一つの方法として，連立方程式モデルによる政策シミュレーションがある。政策シミュレーションでは，先ず外生的な政策手段の値を変化させ，そしてモデルを通して目標変数がいくらの値をとるかをみていく。従って，望ましい目標値を達成するために必要な政策変数の値を見いだすためには，多くのシミュレーションによる試行錯誤が行われる。一方，目標値を達成するために必要な政策手段の値を計算するために，コントロール理論を計量モデルに応用することができる。モデルが線形で，評価（損失）関数が二次式で与えられており，パラメータの不確実性を考慮しないコントロール問題では，政策手段の数が目標変数の数に等しいか或いはより大きい場合には，目標値に正しく到達する政策手段の値を求めることができる。[1)] 非線形なシステムの場合には，モデルを線形化して計算すると，線形化したモデルにおいて目標値に正しく到達する政策手段の値を得ることができる。

いま，内生変数及び目標変数を $n\times 1$ ベクトル y_t，$t=1, \cdots, T$，政策手段を $m\times 1$ ベクトル $x_t, t=1,\cdots,T$, その他の外生変数を $l\times 1$ ベクトル z_t，$t=1, \cdots, T$，とする。このとき，政策シミュレーションは次の方程式体系を解くことになり，

$$y_t = f(y_t, y_{t-1}, x_t, z_t)$$

1）Chow(1975) p. 167

この場合の，内生変数 y_t，政策手段 x_t，その他の外生変数 z_tの間の関係は次の図のようになる。

$$
\begin{tikzcd}
 & z_1 \arrow[d, dotted] & z_2 \arrow[d, dotted] & z_3 \arrow[d, dotted] & z_4 \arrow[d, dotted] & \\
y_0 \arrow[r, dotted] & y_1 \arrow[r, dotted] & y_2 \arrow[r, dotted] & y_3 \arrow[r, dotted] & y_4 \arrow[r, dotted] & {} \\
 & x_1 \arrow[u, dotted] & x_2 \arrow[u, dotted] & x_3 \arrow[u, dotted] & x_4 \arrow[u, dotted] &
\end{tikzcd}
$$

一方，フィードバックコントロールによるとシミュレーションは次の方程式体系を解くことになり，

$y_t = f\ (y_t,\ y_{t-1},\ x_t,\ z_t)$

$x_t = G_t\, y_{t-1} + g_t$

この場合の，内生変数 y_t，政策手段 x_t，その他の外生変数 z_t の間の関係は次の図のようになる。

$$
\begin{tikzcd}
 & z_1 \arrow[d, dotted] & z_2 \arrow[d, dotted] & z_3 \arrow[d, dotted] & z_4 \arrow[d, dotted] & \\
y_0 \arrow[r, dotted] \arrow[dr, dotted] & y_1 \arrow[r, dotted] \arrow[dr, dotted] & y_2 \arrow[r, dotted] \arrow[dr, dotted] & y_3 \arrow[r, dotted] \arrow[dr, dotted] & y_4 \arrow[r, dotted] & {} \\
 & x_1 \arrow[u, dotted] & x_2 \arrow[u, dotted] & x_3 \arrow[u, dotted] & x_4 \arrow[u, dotted] &
\end{tikzcd}
$$

第2節では，元の非線形なモデルを線形化し，パラメータはカルマンフィルターでもって update した可変なパラメータをもつモデルのコントロール問題を考察する。第3節では，第2節で考察したコントロールの方法を，長崎県の小規模な非線形マクロモデルに応用する。

2．可変なパラメータのモデルのコントロール

いま，システムが線形で，評価（損失）関数が二次式で与えられるコントロール問題を考える。y_t は $n\times 1$ 状態ベクトル，x_t は $m\times 1$ 政策手段ベクトル，z_t は $l\times 1$（政策手段以外の）外生変数ベクトル，A_t，B_t，C_t は未知のパラメータ，u_t は撹乱項ベクトルとする。問題は，線形な方程式システム

$$y_t = A_t\, y_{t-1} + B_t\, x_t + C_t\, z_t + u_t$$

を条件として，評価（損失）関数の期待値

$$E\ \left\{ \sum_{t=1}^{T} \delta^t\ (y_t - \hat{y}_t)'\ W_t\ (y_t - \hat{y}_t) \right\}$$

を最小にするような実行可能な政策手段の値をみいだすことである。ここ

で，$\hat{y}_t$ は目標値，W_t は目標値に対するウエイトを示す $n \times n$ 行列，δ^t は割引率である。

この問題は，例えばダイナミック・プログラミングによって解くことができる。

この場合の解は次の式によって与えられる。[2)]

(1) $x_t = G_t y_{t-1} + g_t \qquad t = 1 \cdots T$

(2) $G_t = -(B_t' K_t B_t)^{-1} B_t K_t A_t \qquad t = 1 \cdots T$

(3) $K_{t-1} = W_{t-1} + A_t' K_t A_t + G_t' B_t' K_t A_t \qquad t = 1 \cdots T$

(4) $K_T = W_T$

(5) $g_t = -(B_t' K_t B_t)^{-1} (B_t' K_t C_t z_t + B_t' k_t) \qquad t = 1 \cdots T$

(6) $k_{t-1} = -W_{t-1} \hat{y}_{t-1} + g_t' B_t' K_t A_t + A_t' K_t C_t z_t + A_t' k_t \qquad t = 1 \cdots T$

(7) $k_T = -W_T \hat{y}_T$

線形なシステムは，スタック作用素 S を用いて次のように書き表わすことができる。

(8) $y_t = A_t y_{t-1} + B_t x_t + C_t z_t + u_t$

(9) $\quad = D_t w_t + u_t$

(10) $\quad = (w_t' \otimes I_n) \tilde{d}_t + u_t$

(11) $\quad = (I_n \otimes w_t') d_t + u_t$

ここで，

(12)
$$D_t = (A_t,\ B_t,\ C_t) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} & b_{11} \cdots b_{1m} & c_{11} \cdots c_{1e} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} & b_{n1} \cdots b_{nm} & c_{n1} \cdots c_{ne} \end{bmatrix}$$

(13) $w_t' = (y_t',\ x_t',\ z_t')$

$S(D_t) = \tilde{d}_t$

(14) $\tilde{d}_t' = (a_{11},\ a_{21} \cdots a_{n1},\ a_{12} \cdots a_{nn},\ b_{11},\ b_{12} \cdots b_{nm},\ c_{11},\ c_{21} \cdots c_{ne})$

(15) $d_t' = (a_{11},\ a_{12} \cdots a_{1n},\ b_{11} \cdots b_{1m},\ c_{11} \cdots c_{1e} \cdots a_{n1} \cdots a_{nn} \cdots c_{n1} \cdots c_{ne})$

可変なパラメータ d_t に対しては次の(16)式及び(17)式で与えられるシステムを

2）Chow(1975) pp. 176－180を参照されたい。

仮定する。

(16) $d_t = d_{t-1} + e_t$

$e_t \sim (o,\ V_t)$

$d_o \sim (d_o,\ \Omega_o)$

(17) $y_t = (I_n \otimes w_t{'})\ \ d_t + u_t$

$u_t \sim (o,\ \Sigma_t)$

そして，各方程式間にわたるパラメータ及び撹乱項の共分散の項がゼロであると仮定すると，各方程式に関する次のカルマン・フィルターアルゴリズムを得る。[3]

(18) $d_t^i = d_{t-1}^i + k_t^i\ (y_t^i - w_t{'}\ d_{t-1}^i)$

(19) $k_t^i = P_t^i\ w_t\ (w_t{'}\ P_t^i\ w_t + \sigma_t^i)^{-1}$

(20) $\Omega_t^i = P_t^i - k_t^i\ w_t{'}\ P_t^i$

(21) $P_t^i = \Omega_{t-1}^i + V_t^i$ $\qquad i = 1 \cdots n$

ここで，$d_t^i = (a_{i1},\ \cdots a_{in},\ b_{i1},\ \cdots b_{im},\ \cdots,\ c_{i1},\ c_{ie})$である。

従って，(18)〜(21)式でもって推定した可変なパラメータを用いて，(1)〜(7)式のコントロールアルゴリズムを解くことによって，パラメータが可変な場合のコントロール問題を解くことができる。

非線形なモデルに対しては，近似的に Chow(1981) の方法によってモデルを線形化した後に上述の方式でもって計算を行うことができる。[4]

いま，非線形なモデルが

(22) $y_t = \phi(y_t,\ y_{t-1},\ x_t,\ z_t)$ $\qquad t = 1 \cdots T$

でもって与えられるとする。このとき，(22)式を $(y_t^0,\ y_{t-1}^0,\ x_t^0,\ z_t^0)$の回りでテイラー展開して，二次以上の項を省略すると次の式を得る。

(23) $y_t = y_t^0 + B_{1t}(y_t - y_t^0) + B_{2t}(y_{t-1} - y_{t-1}^0)\ + B_{3t}(x_t - x_t^0) + B_{4t}(z_t - z_t^0)$

$$B_{1t} = \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial y_t},\ \cdots\cdots,\ \frac{\partial \phi_n}{\partial y_t}\right)$$

---

3) 詳しくは，Hosouchi(1983) を参照されたい。

4) Chow(1981) pp. 34−36及び pp. 57−63 を，参照されたい。

$$B_{2t}=\left(\frac{\partial\phi_1}{\partial y_{t-1}},\ \cdots\cdots,\ \frac{\partial\phi_n}{\partial y_{t-r}}\right)$$

$$B_{3t}=\left(\frac{\partial\phi_1}{\partial x_t},\ \cdots\cdots,\ \frac{\partial\phi_n}{\partial x_t}\right)$$

$$B_{4t}=\left(\frac{\partial\phi_1}{\partial z_t},\ \cdots\cdots,\ \frac{\partial\phi_n}{\partial z_t}\right)$$

ここで，$\frac{\partial\phi_j}{\partial y_{it}}$ は数値的に次の式によって計算される。

$$\frac{\partial\phi_j}{\partial y_{it}}=\frac{y_{it}^{+}-y_{it}^{-}}{2\,dy_i}$$

$$y_{it}^{+}=\phi_j\,(y_{1t}\cdots y_{it}+dy_i\cdots y_{nt},\ y_{t-1},\ x_t,\ z_t)$$

$$y_{it}^{-}=\phi_j\,(y_{1t}\cdots y_{it}-dy_i\cdots y_{nt},\ y_{t-1},\ x_t,\ z_t)$$

$$dy_i=max\,(\,|\,0.001\times y_{it}\,|\,,\ 0.001)$$

従って，次の線形なシステムを得る。

(24) $y_t=A_t\,y_{t-1}+B_t\,x_t+C_t\,z_t+e_t$

ここで，$A_t=(I-B_{1t})^{-1}\,B_{2t}$

$$B_t=(I-B_{1t})^{-1}\,B_{3t}$$

$$C_t=(I-B_{1t})^{-1}\,B_{4t}$$

$$e_t=y_t^0-A_t\,y_{t-1}^0-B_t\,x_t^0-C_t\,z_t^0$$

であり，e_t は定数項に対応する。

非線形な構造方程式のパラメータの分散共分散行列から線形なシステム(24)のパラメータの分散共分散行列を求めるには，近似的に Goldberger, Nagar and Odeh (1961) の補助定理を応用する。いま，構造方程式のパラメータ θ の漸近的な期待値及び確率的な極限値が h で与えられ，又その漸近的な分散共分散行列が V で与えられると仮定する。すなわち，

$$\lim_{n\to\infty} E\,\theta=P\lim_{n\to\infty}\theta=h$$

$$\lim_{n\to\infty} E\,[(\theta-h)(\theta-h)']=V。$$

そして，誘導形のパラメータ π が構造方程式のパラメータ θ の関数として次のように表わされるとする

$$\pi=f(\theta)。$$

このとき，この関数を h の回りでテイラー展開してその二次以上の項を省略すると，次のパラメータ π の漸近的な分散共分散行列 Ω を得る。[5)]

すなわち，$\pi = f(h) + \left[\frac{\partial \pi_i}{\partial \theta_j}\right] \cdot (\theta - h) + \cdots$ より

$$\Omega = \lim_{n \to \infty} E\,[\,(\pi - f(h)\,(\pi - f(h))\,'\,]$$

$$= Q \left\{\lim_{n \to \infty} E\,[\,(\theta - h)\,(\theta - h)\,'\,]\right\} \cdot Q$$

(26) $$= Q\,V\,Q'$$

ここで，Q はヤコビアン行例であり次によって与えられる。

$$Q = \left(\frac{\partial \pi_i}{\partial \theta_j}\right) \qquad \begin{array}{l} i = 1 \cdots n(n+m+l) \\ j = 1 \cdots k \end{array}$$

いま，方程式間の分散共分散行列はゼロであると仮定すると，$n(n+m+l) \times k$ 行列 Q の代りに，各方程式について，$(n+m+l) \times k$ 行列 Q_i $i=1, \cdots, n$ を用いて，

(27) $$\Omega_i = Q_i\,V\,Q_i \qquad i=1,\ \cdots,\ n$$

を計算すればよいことになる。

次節の計算では，Ω について，方程式間の分散共分散行列はゼロであると仮定し，(27)式を用いて計算したが，同時に V についても，構造方程式間のパラメータの分散共分散行列はゼロであると仮定して計算を行った。

3．長崎県のモデルへの応用

計量モデルを用いたコントロール理論の応用の一つとして，潜在的な経済成長にとって必要な公的投資水準の決定の問題が考えられる。[6)] ここでは，潜在的な経済成長の代りに，各種の経済成長を想定してそれに必要な公的投資水準を計算する。すなわち，Appendix に与えられた長崎県のモデルを用いて，長崎県の経済成長にとって必要な公的投資水準がどの位の大きさとなるかを計算する。一般的には，実質経済成長，価格上昇率等を考慮した，多数

5）Goldberger et. al(1961) 及び Chow(1981) pp 40－41を参照されたい。
6）Chow(1981) 第10章

の目標変数と多数の政策手段との間のコントロール問題として考慮されるべきであるが，ここでは，モデル及びデータの制約上，一つの目標変数と一つの政策手段との間のコントロール問題を考える。元の非線形なモデルは線形化し，パラメータはカルマンフィルターアルゴリズムによって update した後に，フィードバックコントロールを用いて計算し，望ましい政策手段の値を求めている。

コントロールシミュレーションによって計算された期間は1976年から1984

表1　目標変数と政策手段の値

（単位　1,000万円）

	Historical	A. 2％	B. 3％	C. 4％	D. 5％
			1. 目標変数 NGE の値		
1976	21.6932	21.6932	21.6932	21.6932	21.6932
1977	22.6738	22.6738	22.6738	22.6738	22.6738
1978	22.9407	23.1273	23.3540	23.5807	23.8075
1979	23.2627	23.5898	24.0546	24.5240	24.9978
1980	23.6128	24.0616	24.7763	25.5049	26.2477
1981	24.1134	24.5428	25.5195	26.5251	27.5601
1982	24.8656	25.0337	26.2851	27.5861	28.9381
1983	25.2066	25.5344	27.0737	28.6896	30.3850
1984	25.8336	26.0451	27.8859	29.8371	31.9043
			2. 政策手段 GIF の値		
	(対NGE比)	(対NGE比)	(対NGE比)	(対NGE比)	(対NGE比)
1976	2.2705(0.105)	2.2705(0.105)	2.2705(0.105)	2.2705(0.105)	2.2705(0.105)
1977	2.5941(0.114)	2.5720(0.113)	2.5720(0.113)	2.5720(0.113)	2.5720(0.113)
1978	3.0808(0.134)	3.1704(0.137)	3.2812(0.141)	3.3920(0.144)	3.5027(0.147)
1979	3.0239(0.130)	3.1816(0.135)	3.4084(0.142)	3.6375(0.148)	3.8687(0.155)
1980	3.6851(0.156)	3.8980(0.162)	4.2407(0.171)	4.5902(0.180)	4.9466(0.189)
1981	3.2874(0.136)	3.4849(0.142)	3.9484(0.155)	4.4258(0.167)	4.9175(0.178)
1982	3.0617(0.123)	3.1299(0.125)	3.7219(0.142)	4.3378(0.157)	4.9782(0.172)
1983	3.2359(0.128)	3.3856(0.133)	4.1153(0.152)	4.8817(0.170)	5.6861(0.187)
1984	2.7282(0.106)	2.8332(0.109)	3.7113(0.133)	4.6422(0.156)	5.6283(0.176)

年の9期間である。目標変数として，実質県民総支出 NGE をとり，目標値は1978年から対前年度比で各々，2％，3％，4％，5％の成長をすると仮定する。政策手段として，公的総固定資本形成をとる。評価関数の中のウェイトとしては，NGE に対して1.0を仮定する。目標関数の中の割引率は，年率で $d = \frac{1}{(1.003)^t}$ $t = 1 \cdots 9$ と仮定する。この場合には，目標変数の数と政策手段の数が等しく，行列Bの階数は1であるので，目標値に正しく到達する政策手段の値を得ることができる。従って，すべてのシミュレーションに対して，評価（損失）関数の値はゼロとなる。

目標変数であるNGEの成長率の値を変化させたときに，政策手段GIFの

表2　衝撃的乗数Bの変化

	NNGE	NGE	CON	IRC	IFP	EXP	IMP
1976	1.7958	2.0483	0.7659	0.6422	0.2918	0.5302	1.1819
1977	1.7963	2.0476	0.7657	0.6424	0.2915	0.5286	1.1819
1978	1.7960	2.0470	0.7661	0.6421	0.2915	0.5275	1.1821
1979	1.7967	2.0471	0.7661	0.6417	0.2914	0.5278	1.1822
1980	1.7965	2.0488	0.7661	0.6414	0.2714	0.5278	1.1818
1981	1.7962	2.0487	0.7659	0.6415	0.2914	0.5281	1.1817
1982	1.7957	2.0489	0.7662	0.6414	0.2915	0.5282	1.1815
1983	1.7956	2.0490	0.7661	0.6414	0.2914	0.5284	1.1816
1984	1.7960	2.0488	0.7661	0.6415	0.2915	0.5283	1.1817

	PRIC	EMP	WAGR	NINC	NPROD
1976	0.0054	0.0661	0.0361	0.6676	0.9869
1977	0.0054	0.0661	0.0362	0.6676	0.9877
1978	0.0054	0.0661	0.0361	0.6676	0.9882
1979	0.0054	0.0661	0.0361	0.6674	0.9878
1980	0.0054	0.0660	0.0361	0.6676	0.9880
1981	0.0050	0.0660	0.0361	0.6679	0.9878
1982	0.0054	0.0660	0.0361	0.6678	0.9878
1983	0.0054	0.0660	0.0361	0.6679	0.9878
1984	0.0054	0.0660	0.0361	0.6679	0.9879

表3 実質県民総支出の内訳

（単位 1,000億円）

	NGE (目標変数)	CON	GCON	IRC	IFP	GIF (政策手段)	INV	EXP	IMP	FACI	STAT
イ. Historical											
1976	21.6932	13.3671	3.0362	1.5463	2.4902	2.2705	−0.0413	13.5298	15.3197	0.4357	0.3784
1977	22.6738	13.5172	3.2145	1.6871	2.7328	2.5741	−0.3171	15.2707	16.9132	0.3327	0.6293
1978	22.9407	14.3318	3.2777	1.7355	3.0544	3.0808	−0.0385	14.7088	17.5925	0.5404	−0.1576
1979	23.2627	15.0131	3.2681	1.6860	3.3995	3.0239	−0.7026	14.1646	17.9151	0.4731	0.8522
1980	23.6128	15.1424	3.3402	1.4332	3.3238	3.6851	1.1803	12.4928	18.0994	0.3528	0.7613
1981	24.1134	15.6904	3.6140	1.2624	3.2476	3.2874	0.1323	14.4609	19.2550	0.1162	1.5573
1982	24.8656	15.7904	3.5515	1.3242	3.4052	3.0617	1.0031	14.1943	19.0999	0.5419	1.0931
1983	25.2066	16.4008	3.6914	1.2172	3.4756	3.2359	−0.1108	15.2664	18.9570	0.3006	0.6865
1984	25.8336	16.3459	3.6971	1.3292	3.6245	2.7282	−0.6614	16.6597	19.8302	0.8299	1.1107
ロ. 3%成長											
1976	21.6932	13.3671	3.0362	1.5462	2.4902	2.2705	−0.0413	13.5296	15.3193	0.4357	0.3784
1977	22.6738	13.5153	3.2145	1.6864	2.7328	2.5720	−0.3713	15.2725	16.9124	0.3327	0.6293
1978	23.3540	14.4827	3.2777	1.8643	3.1135	3.2812	−0.0385	14.8141	17.8300	0.5404	−0.1576
1979	24.0546	15.3037	3.2681	1.9215	3.5587	3.4084	−0.7026	14.4236	18.4580	0.4731	0.8522
1980	24.7763	15.5722	3.3402	1.7640	3.6226	4.2407	1.1803	12.9032	18.9636	0.3528	0.7613
1981	25.5195	16.2097	3.6140	1.6379	3.6851	3.9484	0.1323	14.9861	20.3739	0.1162	1.5573
1982	26.2851	16.3154	3.5515	1.6678	3.9443	3.7219	1.0031	14.7627	20.3210	0.5419	1.0931
1983	27.0737	17.0929	3.6914	1.6658	4.1440	4.1153	−0.1108	15.9569	20.4746	0.3006	0.6865
1984	27.8859	17.1079	3.6971	1.7879	4.4045	3.7113	−0.6614	17.4518	21.5596	0.8299	1.1107

値がどの位の大きさになるかは，表1に与えられている。目標変数の値が1978年以降各々2％から5％の値で成長するために必要な政策手段の値は，各々シミュレーションA，B，C，D，で与えられている。又政策手段の値の対 NGE 比は各々の右側の括弧の中で与えられている。目標値である，実質県民総支出の成長率を高くするためには，当然に必要な公的総固定資本形成の値は大きくなければならないが，例えば3％の成長をするためには，対 NGE 比でもって13.3％（1984）から17.1％（1980）の公的総固定資本形成の値が必要であり，5％の成長をするためには対 NGE 比で14.7％（1978）から18.9％（1980）の公的総固定資本形成が必要である。又，Historical な値と比較すると，3％成長の場合に，1978年で1.07倍，1984年で1.36倍とな

っている。

表2には，モデルの衝撃的乗数の値を示すパラメータ B_t の値が与えられている。例えば，公的総固定資本形成の NGE に対する衝撃的乗数の値は1976年が2.0483であり，1984年が2.0488である。又公的総固定資本形成のCON に対する衝撃的乗数の値は0.7659から0.7661となっている。

表3には，目標変数（NGE）が3％で成長するときの実質県民総支出の構成内訳が Historical な値と共に示されている。望ましい実質県民総支出の値が Historical な値から3％成長へと変化するときには，政策手段である GIF と共に他の県民総支出の構成項目のうちモデルの内生変数となっている CON，IRC，IFP，EXP，IMP は増大している。ただし，モデルの制約上，外生変数である GCON，INV，FACI，STAT は一定である。CON，IRC，IFP，EXP，IMP は GIF の変化に対応して変化しているが，構成比率でみると，GIF，IRC，IFP，IMP は若干増大しているが，CON，EXP は若干減少している。

4．むすび

カルマン・フィルターでもって update した可変なパラメータをもつ計量モデルを用いて，コントロールの計算を行った。固定したパラメータの計量モデルを用いて，コントロールの計算を行うと，しばしば大きく変動する政策手段の値を得る。そのために，評価（損失）関数の中に目標変数と共に政策手段変数を含めてコントロールの計算をすることがよく行なわれている。しかし，ここで計算したように，可変なパラメータをもつ計量モデルを用いて，コントロールの計算を行う場合には，政策手段変数に何ら制約を加えなくとも，安定的な政策手段の値を得ることができる。又，評価（損失）関数には目標変数しか含まないので，線形なモデル（或いは線形化したモデル）で，政策手段の数が目標変数の数に等しいかより大きい場合で，パラメータの不確実性を考慮しない場合（すなわちパラメータの分散共分散行列の項を含まない場合）には，目標値に正しく到達する政策変数の値を得ることができる。ここでは，例として，非線形な長崎県のモデルをテーラー展開でもっ

て線形化した後に，コントロールの計算を行った。

近年，コントロール理論のマクロ経済政策への応用は，合理的期待との関連において，政府と民間との間のダイナミックゲームの観点から考察されている。[7] 可変なパラメータをもつ計量モデルを用いて，ダイナミックゲームにおけるコントロールの計算を行うことは，今後の研究課題となっている。

Appendix：モデル

モデルは，長崎県の小規模なモデルであり，県民経済計算における県民所得概念における生産・分配・支出の三面等価を考慮して作成されている。構造方程式は，1985年版の県民経済計算年報の1976～1984年の年次データを用いて，直接最小二乗法でもって推定した。推定された構造方程式における記号は次のとおりである。$\overline{R}^2$＝自由度修正済決定係数，D. W. ＝ダービン・ワトソン比，D. h＝ダービンの h 統計量，S. E. ＝方程式の標準誤差，パラメータの下の括弧の中の値は（絶対値の）t －値である。パラメータの分散・共分散行列は，構造方程式の下に与えられている。

I　モデルの方程式体系

A．支出ブロック

1．民間最終消費支出

$$CON = \underset{(2.983)}{-150.457} + \underset{(2.274)}{0.37390}\, NGE + \underset{(2.902)}{9.86116}\, POPUL$$

$$\overline{R}^2 = 0.949 \qquad D.W. = 2.620 \qquad S.E. = 0.25457$$

$$\begin{array}{rrr} 0.00254 & 7.44 & -171.0 \\ 7.44 & 0.02704 & -0.509 \\ -171.0 & -0.509 & 11.5 \end{array}$$

2．民間住宅投資

$$IRC = \underset{(4.466)}{0.95317} + \underset{(4.930)}{6.43638}\, \frac{NGE - NGE_{-1}}{NGE_{-1}} - \underset{(5.644)}{0.15489}\, RATE$$

7）例えば，Blackburn(1987) 或いは Hall and Henry(1988) を参照されたい。

$$+\ \underset{(9.711)}{0.97498}\ IRC_{-1}$$

$\bar{R}^2 =$ 0.930 D.W. = 3.083 D.h. = −2.331 S.E. = 0.05292

0.04555	0.01184	−0.00404	−0.01114
0.01184	1.70	−0.01397	0.02930
−0.00404	−0.01397	0.00075	−0.00065
−0.01114	0.0293	−0.00065	0.01008

3．民間企業設備投資

$$IFP = -\underset{(2.689)}{3.85832} + \underset{(2.277)}{0.14245}\ NGE + \underset{(2.378)}{0.45754}\left(\frac{CPROF + PRPROF}{PRIC}\right)_{-1} + \underset{(2.309)}{0.50150}\ IFP_{-1}$$

$\bar{R}^2 =$ 0.894 D.W. = 2.176 D.h. = −0.351 S.E. = 0.12093

2.06	−0.06319	−0.203	0.125
−0.06319	0.00391	0.00121	−0.01154
−0.203	0.00121	0.03703	0.00086
0.125	−0.01154	0.00086	0.04716

4．財貨サービスの移出

$$EXP = -\underset{(0.656)}{2.36649} + \underset{(4.342)}{85.3647}\ \frac{GNP - GNP_{-1}}{GNP_{-1}} + \underset{(4.311)}{0.56106}\ \frac{NPROD}{PRIC} - \underset{(4.267)}{13.2828}\ (EPRIC - EPRIC_{-1})$$

$\bar{R}^2 =$ 0.867 D.W. = 2.976 S.E. = 0.42921

13.0	−43.2	−0.458	−2.91
−43.2	387.0	1.08	1.92
−0.458	1.08	0.01694	0.106
−2.91	1.92	0.106	9.69

5．財貨サービスの移入

$$IMP = -\underset{(0.538)}{2.13356} + \underset{(1.688)}{0.57691}\ NGE + \underset{(1.286)}{0.37070}\ IMP_{-1}$$

$\bar{R}^2 =$ 0.876　D.W. = 2.009　D.h. = −0.783　S.E. = 0.49057

15.7	−1.18	0.708
−1.18	0.117	−0.09106
0.708	−0.09106	0.08306

6．県民総支出（実質）

$$NGE = CON + GCON + IRC + IFP + GIF + INV + EXP - IMP + FACI + STAT$$

7．各目県民総支出

$$NNGE = NGE \times PRIC$$

B．価格・賃金・雇用ブロック

8．県民総支出デフレータ

$$PRIC = \underset{(2.348)}{0.10049} + \underset{(1.416)}{0.15046}\,(WAGR - WAGR_{-1}) + \underset{(23.951)}{0.91696}\,PRIC_{-1}$$

$\bar{R}^2 =$ 0.988　D.W. = 1.768　D.h. = 0.348　S.E. = 0.01170

0.00183	−0.00278	−0.00157
−0.00278	0.01129	0.00154
−0.00157	0.00154	0.00147

9．財貨サービスの移出デフレータ

$$EPRIC = \underset{(0.125)}{0.01668} + \underset{(6.898)}{0.9241}\,PRIC$$

$\bar{R}^2 =$ 0.853　D.W. = 1.346　S.E. = 0.03990

0.01771	−0.01774
−0.01774	0.01795

10．一人当り雇用者所得

$$WAGR = \underset{(1.915)}{-0.4571} + \underset{(5.417)}{2.15626}\,PRIC + \underset{(2.072)}{0.31929}\,CPROF$$

$\bar{R}^2 =$ 0.989　D.W. = 1.596　S.E. = 0.03226

0.0570	−0.09322	0.03284
−0.09322	0.158	−0.05902
0.03284	−0.05902	0.02374

11. 雇用者数

$$EMP = \underset{(164.81)}{6.16188} + \underset{(23.523)}{0.036789}\ NNGE$$

$\bar{R}^2 =$ 0.986　D.W. =1.018　S.E. = 0.01668

0.00140	−0.00001
−0.00001	0.000002

C．分配ブロック

12. 雇用者所得

$$CEMP = EMP \times WAGR$$

13. 民間財産所得

$$PRPROP = \underset{(8.256)}{-1.82894} + \underset{(6.008)}{0.08785}\ NNGE + \underset{(7.081)}{0.12569}\ RATE + \underset{(3.955)}{0.41099}\ PRPROP_{-1}$$

$\bar{R}^2 =$ 0.995　D.W. = 2.994　D.h= −1.664　S.E. = 0.03675

0.04908	−0.00249	−0.00220	0.01544
−0.00249	0.00022	−0.00002	−0.00148
−0.00220	−0.00002	0.00032	0.00021
0.01544	−0.00148	0.00021	0.0108

14. 民間法人企業所得

$$CPROF = \underset{(5.554)}{-1.08365} + \underset{(15.696)}{0.07749}NPROD + \underset{(2.939)}{0.00182}\ (NGNP - NGNP_{-1})$$

$\bar{R}^2 =$ 0.973　D.W. = 2.165　S.E. = 0.04474

0.03807	−0.00086	−0.00010
−0.00086	0.00002	0.000002
−0.00010	0.000002	0.0000004

15. 個人企業所得

$$\mathrm{PRPROF} = \underset{(0.888)}{-15.6586} + \underset{(1.888)}{0.19386}\,\frac{\mathrm{NNGE}+\mathrm{NNGE}_{-1}}{2}$$

$$+ \underset{(1.090)}{1.23501}\,\mathrm{POPUL} - \underset{(1.975)}{2.41678}\,\mathrm{WAGR}$$

$\bar{R}^2 =$ 0.667 D.W. = 2.145 S.E. = 0.06062

311.0	0.633	−20.0	−4.00
0.633	0.01055	−0.03939	−0.124
−20.0	−0.03939	1.28	0.240
−4.0	−0.124	0.240	1.50

16. 県民所得

$$\mathrm{NINC} = \mathrm{CEMP} + \mathrm{PRPROP} + \mathrm{GPROP} + \mathrm{CPROF} + \mathrm{PRPROF} + \mathrm{GPROF}$$

D. 生産（付加価値）ブロック

17. 県内総生産

$$\mathrm{NPROD} = \mathrm{NINC} - \mathrm{NFACI} + \mathrm{DEPRC} + \mathrm{IDTAX} - \mathrm{SUBSIDY}$$

18. 固定資本減耗

$$\mathrm{DEPRC} = \underset{(1.781)}{-0.28128} + \underset{(18.113)}{0.11967}\,\mathrm{NNGE}$$

$\bar{R}^2 =$ 0.976 D.W. =1.916 S.E. = 0.070408

0.02494	−0.00103
−0.00103	0.00004

19. 間接税

$$\mathrm{IDTAX} = \underset{(8.298)}{-0.41298} + \underset{(27.909)}{0.05810}\,\mathrm{NNGE}$$

$\bar{R}^2 =$ 0.990　D.W.＝1.780　S.E.＝0.02219

0.00248　−0.00010

−0.00010　0.000004

Ⅱ　モデルの変数記号及び出所

A．内生変数

1．CEMP　雇用者所得（1,000億円）：N. I.

2．CON　(実質)民間最終消費支出(1980年価格1,000億円)：N. I.

3．CPROF　民間企業所得（1,000億円）：N. I.

4．DEPRC　固定資本減耗（1,000億円）：N. I.

5．EMP　就業者数（10万人）：N. I.

6．EPRIC　財貨サービスの移出デフレータ（1980＝1.0）：N. I.

7．EXP　(実質)財貨・サービスの移出(1980年価格1,000億円)：N. I.

8．IDTAX　間接税（1980年価格1,000億円）：N. I.

9．IFP　(実質)民間企業設備投資(1980年価格1,000億円)：N. I.

10．IMP　(実質)財貨・サービスの移入(1980年価格1,000億円)：N. I.

11．IRC　（実質）民間住宅投資（1980年価格1,000億円）：N. I.

12．NGE　（実質）県民総支出（1980年価格1,000億円）：N. I.

13．NINC　県民所得（1,000億円）：N. I.

14．NNGE　（各目）県民総支出（1,000億円）：N. I.

15．NPROD　県内総生産（1,000億円）：N. I.

16．PRIC　県民総支出デフレータ（1980＝1.0）：N. I.

17．PRPROF　個人企業所得（1,000億円）：N. I.

18．PRPROP　民間財産所得（1,000億円）：N. I.

19．WAGR　一人当り雇用者所得（100万円）$=\frac{\text{CEMP}}{\text{EMP}}$

B．外生変数

1．FACI　（実質）県外からの要素所得（純）（1,000億円）：N. I.

2．GCON　（実質）政府最終消費支出（1980年価格1,000億円）：N. I.

3．GIF　（実質）公的固定資本形成（1980年価格1,000億円）：N. I.

4．GNP　（実質）国民総支出（1980年価格1,000億円）：N. A.

5．GPROF　公的企業所得（1,000億円）：N. I.

6．GPROP　政府財産所得（1,000億円）：N. I.

7．INV　（実質）在庫品増加（1980年価格1,000億円）：N. I.

8．NFACI　（名目）県外からの要素所得（純）（1,000億円）：N. I.

9．NGNP　（名目）国民総支出（1,000億円）：N. A.

10．POPUL　県総人口（10万人）：N. I.

11．RATE　全国銀行貸出約定平均金利（％）：E. S.

12．STAT　（実質）統計上の不突合（1980年価格1,000億円）：N. I.

13．SUBSIDY　補助金（1,000億円）：N. I.

ここで，出所は次の通りである。

N. I.：長崎県民経済計算年報　1985年版

N. A.：国民経済計算年報

E. S.：経済統計年報（日銀）

参考文献

1．K. Blackburn (1987), "Macroeconomic Policy Evaluation and Optimal Control Theory: A Critical Review of Some Recent Developments," Journal of Economic Surveys, 1, 111－148

2．G. C. Chow (1975), Analysis and Control of Dynamic Economic Systems, J. Wiley

3．_____ (1981), Econometric Analysis by Control Methods, J. Wiley

4．A. S. Goldberger, A. L. Nagar and H. S. Odeh (1961), "The Covariance Matrices of Reduced－Form Coefficients and of Forecasts for a Structural Econometric Model," Econometrica, 29, 556－573

5．S. G. Hall and S. G. B. Henry (1988), Macroeconomic Modelling, North－Holland

6. I. Hosouchi (1983), "Computation of Feedback Control Methods with Time-Varying Parameters," The Economic Studies Quarterly, 34, 22-37