Title	消費者による品質評価
Author(s)	永星, 浩一
Citation	経営と経済, 68(4), pp.1-18; 1989
Issue Date	1989-03
URL	http://hdl.handle.net/10069/28373
Right	

消費者による品質評価

永　星　浩　一

目　次

1．はじめに
2．消費者による品質比較
3．属性の評価
4．属性の距離づけ
5．消費者による品質評価
6．むすび

1．はじめに

商品品質の問題を，消費者による品質情報の獲得問題としてとらえると，商品は，購買に先立ってその品質を確認することができる「探索財」と，消費しなければ真の品質を知ることができない「経験財」とに分けられる (Nelson[8])。前稿（[4]）で述べたように，品質それ自体は商品の物理的完成度であるハードウェア的品質と，商品の生み出す価値そのもののソフトウェア的品質とによって構成されており，商品が探索財的であるか経験財的であるかは，これら2つの品質のいずれが主要な位置を占めるかによって決まる。前稿ではハードウェア的品質をクレーム行動との関連で分析した。本稿ではソフトウェア的品質に関して分析を行なう。

ソフトウェア的品質は商品の生み出す価値そのものであるが，これは広い意味での価値を意味する。すなわち「needs を満たす品質」と「wants を満

たす品質」という2通りのとらえ方をすると，needs を満たす品質は衣食住における必需品の品質であり（狭い意味での価値），wants を満たす品質は needs を満たす品質で満たされる以外の欲望をも満たす品質のことである。したがって，広告・宣伝の機能として，売手すなわち商品の存在を告知する機能と商品の販売促進機能の2つを想定すると，前者は needs を満たす品質の情報を伝達するものであり，後者は wants を満たす品質の情報を主として伝達するものである。特に needs を満たす品質は，商品の消費量に比例的に獲得できるものと期待される。これに対し wants を満たす品質は，単純には量的に表現できない。

例えば needs を満たす品質の場合，商品の属性を消費者の必要とするものに限ると，ある食物の2倍の栄養が採れる食物は，はじめの食物の2倍優れた品質を持つものであると考えられ，ある衣料の2倍の耐久性をもった衣料は，はじめの衣料の2着分の品質であると考えられる。このように，限られた範囲で商品属性（品質）を見ていくと，古典経済学において採られた非常に制約の強い効用の仮定，すなわち基数的効用尺度の仮定を採用することも可能である。もっとも，消費者が求めている品質をこのような needs を満たす品質に限ることは興味に乏しい。

実際，消費者はほとんどの場合，必要というよりは欲望にしたがって商品を求めるといっても過言ではない。容易に分かるように，前述の例において，栄養や耐久性以外の必ずしも「必要」ではない商品属性をも含めた品質を消費者が欲するとし，この属性に対して各消費者が評価を行なうとすると，この評価のあり方によって，「必要性」の面で2倍優れた商品であっても，必ずしも消費者の評価が2倍とは限らない。むしろ商品の「必要性」は，wants を満たす品質の評価とは無関係である。今後本稿で取り扱う品質は全てこの「wants を満たす品質」を意味する。

2．消費者による品質比較

品質の評価関数を考察するまえに，消費者が品質をどのように評価するか

を見ていくことにする。まず，集合 X を評価対象となる品質集合とし，X の元 x は複数の商品属性から成るものとする。消費者は絶対評価はできず，複数の品質（属性）間の比較による相対評価によってのみ品質（属性）を評価できるものとする。さらに，消費者の評価は矛盾のない合理的なものであると仮定する。

商品は，複数の属性の組としての品質で特徴づけられており，消費者が，ある商品を1単位購買する意思をもって品質の評価を行なうとする。2品質の直接比較である一対比較によって任意の2品質が比較可能であるならば，この一対比較をもって消費者の品質評価を規定することができるであろう。しかしながら，2品質の差異に対する消費者の可知能力が限られたものであるならば，一対比較では比較不能であるような2品質が存在する可能性がある。このような2品質は「一対比較不能」であって，「無差別」であるとは限らない。比較することができない品質の存在によって一対比較は完全性を持たず，したがって消費者の品質評価を規定することができない。そこで，2品質を比較する上で第3の品質を設定し，この第3の品質が最初の2品質のただ一方に対して強い意味で一対比較可能であるとすると，最初の2品質の比較に対して，ある種の情報が間接的にもたらされると考えられる。この情報は，以下に述べる第3項律で特徴づけられる。なお，消費者の品質に対する可知差異の下限（丁度可知差異）は，任意の品質のペアーに対して一定であると仮定される。[2] また⊗は一対比較不能であるような関係を意味する。すなわち，$x \otimes y = x \nless y$ and $x \ngtr y$。さらに，x の部分集合 $C_{(\bar{x})}$，$C_{(\underline{x})}$ を，$C_{(\bar{x})} = \{z \in X; x < z\}$，$C_{(\underline{x})} = \{z \in X; x > z\}$ と定義する。

［第3項律］相異なる2元 x，y について，ただ一方にのみ強い意味で一対比較（＞または＜）可能な第三の元 $z(\in X,\ \neq x,\ y)$ が存在するならば，すなわち，

［ i ］（$\exists z \in X$，$x > z$ かつ $y \otimes z$）ならば　$x \rhd y$，

［ ii ］（$\exists z \in X$，$y > z$ かつ $x \otimes z$）ならば　$x \lhd y$，

［iii］（$\exists z \in X$，$x < z$ かつ $y \otimes z$）ならば　$x \lhd y$，

［iv］（ $\exists z \in X$，$y < z$ かつ $x \otimes z$）ならば　$x \rhd y$，

さらに，［ i ］～［iv］が実現せず，

［ v ］$C_{(\bar{x})} \neq \phi$ かつ $C_{(\bar{y})} \neq \phi$ かつ $C_{(\bar{x})} = C_{(\bar{y})}$ または

$C_{(\underline{x})} \neq \phi$ かつ $C_{(\underline{y})} \neq \phi$ かつ $C_{(\underline{x})} = C_{(\underline{y})}$ が成り立つとき，

$x \rhd y$，したがって対称性より，同時に $x \lhd y$。

となるような関係 $\lhd$，$\rhd$ で x，y，は比較可能となる。[1)]

第3項律と評価の合理性（推移性）より次のことが成り立つ。

$$(2.1) \qquad x > y \implies x \rhd y$$

$$(2.2) \qquad x < y \implies x \lhd y$$

実際，(2.1）についてみると，［ i ］のとき $x > y$，$x > z$ で，$y \otimes z$ に矛盾しない。［ ii ］のとき $x > y$，$y > z$ であるので，推移性より $x > z$ となり，$x \otimes z$ に反する。［iii］のとき $x > y$，$x < z$ であるので，推移性より $y < z$ となり，$y \otimes z$ に反する。［iv］のとき $x > y$，$y < z$　で，$x \otimes z$　に矛盾しない。したがって，$x > y$ が仮定されると，$x \rhd y$　しか実現する可能性がない。また，(2.2) についても同様に示される。

$x \lhd y$ は，「間接比較によって x より y のほうが好ましいか，少なくとも無差別であることが分かる」ことを意味する。

集合 X において，任意の2元が一対比較不能であるような部分集合と，その補集合との直和分割とを考える。このような直和分割によって，X の元 a，b に対して，a と b が同じ部分集合に含まれるとき，またその時に限り，aRb　と定義することによって，付随する同値関係を考えることができる。このとき X の各元 a に対して aRx であるような X の元 x 全体の集合を $C_R(a)$ で表わし，a の同値類という。特に X の任意の2元が直接比較可能であるとき，X の任意の元 a の同値類 $C_{(=)}(a)$ は，a のみからなる集合となる。これを「最も厳密な同値関係」と呼ぶ。

一対比較によって，任意の二品質（属性）の比較を行なうことができるための十分条件は，次のとおりである。

条件1　X の任意の元 a にたいして，a の同値類が「最も厳密な同値関係」

にあること。

さらに，条件1を満たさないような集合 X が，相互に「比較不能」な品質（属性）を含まない形で評価可能であるためには，関係$\lhd$，$\rhd$が完全性をもたなければならない。

補題 1　条件1を満たさないような集合 X について，その任意の相異なる2元が第3項律を満たすならば，集合 X は，関係$\lhd$，$\rhd$において完全性をもつ。

証明　完全性は，任意のx，$y \in X$に対して$x \lhd y$，$x \rhd y$，またはその両方のいずれかが成り立つということである。任意の2元 $x, y \in X$ の関係については，$x > y$，$x < y$，$x \otimes y$ のいずれかが成り立つ。(2.1) より，$x > y \Rightarrow x \rhd y$。(2.2) より，$x < y \Rightarrow x \lhd y$。第3項律より，$x \otimes y$ のときは，ある $z \in X$ が存在して $x \lhd y$，$x \rhd y$ の関係で表わされる。したがって，X のどの2元も必ず$\lhd$（$\rhd$）について比較可能である。（証了）．

集合 X が第3項律を満たすとすると，補題1より，任意のx, $y \in X$は，関係$\lhd$によって相互に比較可能である。ここに，$x \lhd y$ は「消費者は，x より y を好むか，また無差別である」ことを意味する。この関係が，X における線形順序となるためには，つぎの性質が必要とされる。

［1］反射性　任意の $x \in X$ に対して $x \lhd x$

［2］完全性　任意のx, $y \in X$ に対して $x \lhd y$，または，$x \rhd y$，またはその両方のいずれかが成り立つ。

［3］推移性　任意のx, y, $z \in X$ に対して $x \lhd y$，$y \lhd z$ ならば $x \lhd z$ である。

反射性は，第3項律において排除されている同一の2元の関係も，関係$\lhd$で比較可能であるということを意味する。但し，消費者は任意の品質（属性）

に関して$x \bowtie x$(無差別；後に説明）となることは自明であるので，以後このことはいちいち仮定しない。完全性は，第３項律の成立より保証される（補題１)。また推移性は，消費者が合理的に評価するという仮定より保証されるが，これは，任意の２元の比較を尽くすことによって，全体の評価順序が一意に定まるということを意味する。

ここで，$x \lhd y$ かつ $y \rhd x$ の時，またその時に限り，$x \bowtie y$と定義し，「消費者は品質xと品質yとの間で無差別である」と読む。また，$x \lhd y$ でないことを$x \trianglerighteq y$ と定義し，「消費者は品質yより品質xを好む」と読む。実は$x \lhd y$ でないケースは，①$y<z$，$x \otimes z \Rightarrow x \rhd y$，②$x>z$，$y \otimes z \Rightarrow x \rhd y$，③$x>y (\Rightarrow x \rhd y)$の３つのケースのいずれかであり，$x \bowtie y$ が実現しない$x \rhd y$の関係を表わしている。したがって，(2.1)，(2.2) は次のように書き直すことができる。

$$(2.3)\qquad x>y \implies x \trianglerighteq y.$$

$$(2.4)\qquad x<y \implies x \trianglelefteq y.$$

このように，第３項律が成立することによって，属性（品質）集合Xに，自然な形で，線形順序が規定される。さらに，集合Xを関係$\bowtie$による同値類に直和分割したものを$X_{(\bowtie)}$とおき，同値類を$X_{(\bowtie)}$の一つの元と見なすと，集合Xのときと同様に自然な形で，関係$\lhd$による線形順序を規定することができる。ところが，$X_{(\bowtie)}$の場合は任意の相異なる２元について，$\bowtie$の関係が成立しないので，関係$\trianglelefteq$による線形順序となることに注意しなければならない。

補題２　線形順序集合Xについて，関係$\bowtie$による同値類に直和分割したものを$X_{(\bowtie)}$とおき，同値類を$X_{(\bowtie)}$の一つの元と見なすと，集合$X_{(\bowtie)}$は，関係$\trianglelefteq$，$\trianglerighteq$において線形順序となる。

３．属性の評価

本節では，品質を形作る一つ一つの属性が，いかにして評価され，順序づけられるかについて見ていくことにする。消費者は，一つの属性に関して商

品間比較を行ない，評価を行なう。もちろん，この属性に関しては，一対比較不能であるような「丁度可知差異」が存在するのであるが，第3項律が成立すれば比較可能となる。こうして比較可能となったある属性 $i(\in 1, 2, \cdots, n)$ に関する集合 Z_i は，まず，関係$\lhd$に関して線形順序であることが仮定される。ところが，属性は品質を形作る最小の単位であるので，無差別$\bowtie$であることは，すなわち，同一属性であることが要請される。このため補題2における直和分割集合 $Z_{i(\bowtie)}$ は，実質的に Z_i と同じものと見なすことができ，したがって Z_i は，関係$\unlhd$に関しても線形順序と仮定される。

この順序集合（Z_i, $\lhd$）に対して，順序同形[3]であるような実数の部分鎖[4]（R^+, $\leqq$）が存在するための十分条件を以下で検討する。この十分条件により，ある仮定のもとで，属性の評価関数が存在することがいえるのであるが，実は，この関数の存在は，効用関数の存在 Debreu[2] と同じ方法で示される。まず，線形順序集合 Z_i と実数の部分鎖との順序同型性について，よく知られた定理 Cantor[1] を挙げる。

定理 1　（Cantor の条件）鎖 Z_i が実数の部分鎖と順序同型であるための必要十分条件は，Z_i が順序稠密[5]な可算部分集合をもつことである。[6]

Z_i が順序稠密な可算部分集合をもつための，並びに，評価関数が連続であるための十分条件をいくつか挙げる。

(1)可分性　位相空間 Z_i の高々可算なある部分集合が Z_i において密になる。すなわち Z_i の可算部分集合 Z_i^* で，その閉包 $\overline{Z_i^*}$ が $Z_i \subset \overline{Z_i^*}$ を満たすものが存在する。

この仮定は，Z_i の点 x のいくらでも近いところに，Z_i^* の点が存在するということを意味する。

(2)弧状連結性　X は弧状連結集合である。すなわち，任意の相異なる $x, y \in X$ について x と y との間を連結する X の元が連続的に存在する。

連結性の仮定は，消費者にとって判断材料となる属性（品質）が無数に，しかも連続的に用意されているということを意味し，消費者の評価の連続性を保証するものである。ただし，定理2において必要とされるのは単なる連結性であり，弧状連結性は定理3で必要とされる。

(3)連続性　Xの部分集合 $\{x \in X \mid x \lhd y\}$ と $\{x \in X \mid x \rhd y\}$ は閉集合である。したがって，$\{x \in X \mid x \unrhd y\}$ と $\{x \in X \mid x \unlhd y\}$ は開集合である。

この仮定は，x に収束する無限の点列 x^i がある属性（品質）y に対して $x^i \rhd y$ であるならば $x \rhd y$ であり，消費者の属性（品質）に対する相対評価が，不連続に，突如として逆転しないことを意味する。

定理2　第3項律を満たすことで完全性をもつ属性集合 Z_i が，線形順序で，可分性，連結性，連続性をもつならば，属性 Z_i の連続な評価関数が存在する。

証明　〈存在〉可分性(1)より，Z_i において稠密になる Z_i の高々可算な部分集合を Z_i^* とおくと，$z' \unlhd z''$ となるような Z_i の任意の元 z'，z'' に対して，$z' \unlhd z^* \unlhd z''$ を満たすような Z_i^* の元 z^* が存在する。実際，Z_i の部分集合

$$Z^{i}_{(\underline{z})} = \{z \in Z_i \mid z \lhd z'\}$$

$$Z^{i}_{(\bar{z})} = \{z \in Z_i \mid z'' \lhd z\}$$

は互いに素で，空でない。連続性(3)の仮定から $Z^{i}_{(\underline{z})}$，$Z^{i}_{(\bar{z})}$ はともに閉集合で Z_i の連結性の仮定から，$Z_i \not\subset Z^{i}_{(\underline{z})} \cup Z^{i}_{(\bar{z})}$。よって，もし$z' \unlhd z^* \unlhd z''$ となるような z^* が存在しなければ，$Z_i^* \subset Z^{i}_{(\underline{z})} \cup Z^{i}_{(\bar{z})}$ となり，可分性(1)の仮定より，

$$Z_i \subset \overline{Z_i^*} \subset \overline{Z^{i}_{(\underline{z})} \cup Z^{i}_{(\bar{z})}} = Z^{i}_{(\underline{z})} \cup Z^{i}_{(\bar{z})}$$

が成り立ち，$Z_i \subset Z^{i}_{(\underline{z})} \cup Z^{i}_{(\bar{z})}$ となり矛盾。

Z_i^* は Z_i の高々可算な部分集合であると仮定されているので，本節はじめに述べたように，Z_i（すなわちZ_i^*）の任意の2元は関係$\unlhd$に関して線形順序とな

っており，Z_i^* が Z_i のなかで順序稠密な可算部分集合となることは明らか。よって定理1より，Z_i を実数の部分鎖（R^+，≦）と順序同型ならしめる全単射の順序同型写像 $g:Z_i \to R^+$ が存在する。g は属性集合 Z_i の評価関数と見なすことができる。

〈連続〉実数の部分鎖（R^+，≦）の任意の開区間 (a, b) $\forall a, b \in R^+$ は，R^+ の基底である。すなわち，任意の R^+ の開集合は族$\mathfrak{J}=\{(a, b) \mid a, b \in R^+\}$の適当な部分族の合併として書くことができる。したがって，任意の開区間 (a, b)の g による逆像が Z_i の開区間となることを示せば g の連続性がいえたことになる。ところが，$\mathfrak{B}=\{[0, b), (a, +\infty) \mid a, b \in R^+\}$ は準基底で，任意の開区間は，$\{\bigcap_{\lambda \in \Lambda} \mathfrak{B}_\lambda \mid \mathfrak{B}_\lambda$は$\mathfrak{B}$の有限部分族$\}$ の元となるので，結局，準基底$\mathfrak{B}$の任意の元の g による逆像が Z_i の開区間となることを示せば良いことになる。実際，

$$g^{-1}([0, b)) = \{z \in Z_i \mid g(z) < g(z_b)\} = \{z \in Z_i \mid z \lhd z_b\}$$

$$g^{-1}((a, +\infty)) = \{z \in Z_i \mid g(z) > g(z_a)\} = \{z \in Z_i \mid z \rhd z_a\}$$

となるので，連続性の仮定(3)より開集合。よって g は連続関数である。(証了).

4．属性の距離づけ

本節では属性の距離づけに関して検討する。前節では，属性集合 Z_i がいくつかの仮定のもとで，合理的に評価可能であることを見てきた。ただし，この評価は Z_i の元が序数的に比較可能であるという意味での評価であり，評価関数の値である非負の実数値は，その序数的性格において意味をもつことになる。したがって，複数の属性の組としての品質の評価を，constructive に検討するために，品質集合 $X=\prod_{i=1}^{n} Z_i$の上で定義される距離に関して検討を行なう。集合 X がその上で距離関数 $d(x, y)$ が定義された距離空間であるためには，$d(x, y)$，$(d: X \times X \to R)$は次の4条件を満たすものでなくてはならない。

(D_1) 任意の $x, y \in X$ に対して $d(x, y) \geqq 0$

(D_2) $x,\ y\in X$ に対し，$d(x,\ y)=0$ となるのは，$x=y$ のとき，またそのときに限る。

(D_3) 任意の $x,\ y\in X$ に対して，$d(x,\ y)=d(y,\ x)$。

(D_4) 任意の $x,\ y,\ z\in X$ に対して，$d(x,\ z)\leqq d(x,\ y)+d(y,\ z)$。

ここで導入される距離とは，品質すなわち複数の商品属性各々の評価された差異に，比重をかけたものである。商品属性の評価された差異は，具体的に，例えばカラーモニターであれば，水平解像度，ブラウン管のインチ数，ＳＮ比など，それぞれの単位で計測可能であるような属性のばあい，単位が完全に客観的であれば，この単位と一致することになる。ただし，数値の絶対値をもって単位とし,減少するほうが消費者にとって好ましい単位に関しては，その逆数をもって新たに単位とする。属性の単位に関してさらに問題となるのは，単位的に上に有界となるケースであるが，これについては，上に有界な属性 z_i の上限を $\sup z_i$ とおき，区間 $[0,\ \sup z_i)$ から区間 $[0,\ +\infty)$ への全単射の関数 $\varphi(z_i)=z_i/(\sup z_i-z_i)$ の値を新たに z_i の値とすることによって，全ての属性を $[0,\ +\infty)$ で考えることができる。また，すべての属性の技術的究極点は存在しないものとする。$x,\ y$ を商品属性の要素の組として表わし，$x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，$y=(y_1, y_2, \cdots, y_n)$ とし，距離関数を，

$$d(x,\ y)=\sum_{i=1}^{n} W_i\,|\,x_i-y_i\,|\,,\quad W_i>0\quad i=1, 2,\ \cdots,\ n$$

と定義する。ここで，ウェイト W_i は，各属性単位の評価における重みである。先の例でいえばモニターのインチ数１単位と水平解像度１単位は，もちろん評価において異なった重みを持っており，W_i がこの調整を行なう。この W_i は，簡単化のため各属性 i の任意の二点間で一定であると仮定される。さらに，各属性における距離は，実数の上の距離 $|\,x_i-y_i\,|$ に基づいており，計測単位の客観性に決定的に依存した，かなり恣意的なものである。注１－①は，このような属性単位の例である。

$d(x, y)$ が $(D_1)\sim(D_3)$ を満たしていることは明らかである。また (D_4) に関しても，以下のように成り立つことがわかる。

$$d(x,\ y)+d(y,\ z)=\sum_{i=1}^{n} W_i\,|\,x_i-y_i\,|\,+\sum_{i=1}^{n} W_i\,|\,y_i-z_i\,|$$

$$=\sum_{i=1}^{n} W_i(|x_i-y_i|+|y_i-z_i|)$$

個々の商品属性の評価上の差異に関しては，i に関して単位こそ異なるが，明らかに $|x_i-z_i|=|x_i-y_i+y_i-z_i|\leqq|x_i-y_i|+|y_i-z_i|$ が成り立つので，

$$\geqq\sum_{i=1}^{n} W_i|x_i-z_i|$$
$$=d(x,\ z).$$

次の節では，以上のような距離づけを行なった属性を要素として持つ品質の評価について見ていくことにする。

5．消費者による品質評価

消費者の品質評価に関しては，属性評価における仮定(1)〜(3)に加えて次の仮定を挙げる。

(4)狭義単調性　任意の二品質 $x, y\in X$ が，その全ての属性について，$x_i\geqq y_i$ で，少なくとも一つの属性に関して，$x_i>y_i$ となるならば，$x\trianglerighteq y$ である。

この仮定は，先の品質属性の単位に関する記述より明らかに成り立つ。この仮定の含意は，品質に関する消費者の評価，したがって，欲求にも限りがないことである。

以上のことから，品質の評価関数の存在に関する次の定理が証明される。

定理3　第3項律を満たすことで完全性をもつ品質集合 X が，可分な弧状連結集合で，消費者の評価が連続性と，狭義単調性をもつならば，丁度可知差異以下の一対比較が不能であっても，消費者の品質に対する連続な評価関数 $f_e:X\to R$ が存在する。

証明　消費者の品質評価における関係$\triangleright$は，補題1より，品質集合 X において完全性をもち，さらに消費者の評価の合理性よって推移性をもつので，

線形順序である。(反射性は自明に成り立つ)

集合 X の同値関係$\bowtie$による同値類を $X_{(\bowtie)}$ とすると，補題2より $X_{(\bowtie)}$ は関係$\lhd$に関して線形順序になる。すると，定理2と同じ手続きで $X_{(\bowtie)}$ と実数の部分鎖［0，$+\infty$) とを順序同型ならしめる順序同型写像 g (全単射) が存在する。したがって，任意の $x \in X$ に対しては，その同値類を $C_{(x)}$ とおくとき，

$$f_e(x)=g(C_{(x)}) \quad (x \in C_{(x)}\text{のとき})$$

と定義される f_e が，評価関数となる。以下では距離づけされた品質集合に関して，評価関数の存在を具体的に確かめる。

まず，n 個全ての要素が1であるような元 $e=(1,1,\cdots,1)$ を考える。これを実数倍した $ke=(k,k,\cdots,k)$ は一つの品質 (実はこれが $X_{(\bowtie)}$ の元) であると考えることができ，任意の品質 $x \in X$ と比較可能である。任意の $x \in X$ にたいして，x の要素を $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ で表わすとき，$k_1 e \lhd x$, $k_2 e \rhd x$ となるような $k_1 e$, $k_2 e \in X$ をとることができる。実際，十分小さな実数 ε に対して，$k_1=min(x_1, x_2, \cdots, x_n)$, $k_2=max(x_1, x_2, \cdots, x_n)+\varepsilon$ とおくと，X の最小元の存在と評価の狭義単調性より $k_1 e \lhd x$, $k_2 e \rhd x$ である。

ここで，連続関数 $x(\lambda)=\lambda \cdot k_1 e+(1-\lambda)\cdot k_2 e$, $\lambda \in [0,1]$ を考えると，$x:[0,1] \to X$ による像 $x([0,1]) \subset X$ は，実数の閉区間 $[0,1]$ から X の中への連続像となっており，X における1つの弧になっている。$k_1 e, k_2 e$ を結ぶ弧は，$k_1 e$, $k_2 e$ を含む連結集合であるから，この連結集合を S とし，集合 B, G を，

$$B=\{ke \in S : ke \lhd x,\ k \in R^+\}$$

$$G=\{ke \in S : x \rhd ke,\ k \in R^+\}$$

とおくとき，ともに空でない閉集合である。実際，空でないことは明らか。また，閉集合であることは，$x(\lambda)$ の連続性より S は閉集合であり，B は S と閉集合 $\{y \in X : y \lhd x\}$ との共通部分である。(G も同様)。したがって，S の連結性により $ke \bowtie x$ なる ke が存在する。なぜならば，もしもこのような ke が存在しないならば，$S=B \cup G$, $B \cap G=\phi$, $B \neq \phi$, $G \neq \phi$ となり，S の連結性に反する。さらに k は一意である。なぜならば，$ke \bowtie x$, $k'e \bowtie x$, $k \neq k'$ とすると，推移性より $ke \bowtie k'e$ でかつ $k \neq k'$ となり，評価の強い単調性に反す

る。以上のことから，$x \in X$ に対する評価関数の値を $x \bowtie ke$ となるような k によって $f_e(x)=k$ と定義することができる。（以上のことは，$X_{(\bowtie)}$ すなわち ke が実数の部分鎖 k と順序同型ということ意味する。注１－②参照）こうして構成された f_e は，$X_{(\bowtie)}$ すなわち ke から R^+ への順序同型写像で，Xの元の評価関数となっている。

連続性に関しては，準基底 $\{[0, b), (a, +\infty) \mid \forall a, b \in R^+\}$ の任意の元にたいして f_e による逆像が X の開集合となることを示せば良い。（定理２の証明参照）実際，

$$f_e^{-1}([0, b)) = \{x \in X \mid f_e(x) < f_e(x_b)\} = \{x \in X \mid x \lessdot x_b\}$$

$$f_e^{-1}((a, +\infty)) = \{x \in X \mid f_e(x) > f_e(x_a)\} = \{x \in X \mid x \gtrdot x_a\}$$

となるので，連続性の仮定(3)より開集合。よって f_e は連続関数である。(証了).

6．むすび

ソフトウェア的品質の側面から見ると，商品は経験財（消費しなければ品質を知ることができない商品）になるが，あらゆる商品が経験（すなわち消費）による一対比較を通して評価されるほど単位当りの価格が安く，また頻繁に購買されるわけではない。一般に消費者は，購買に先立って，可能な限りの情報収集を行ない，評価を行なった後に購買対象を決定している。このような「評価」は，「探索」や「経験（消費)」という形での一対比較が完全に可能であるような活動とは異なり，極めて曖昧な対象の比較によるものである。したがって「評価」活動が，消費者行動の一つとして分析可能であるためには，対象となる属性（品質）集合と，消費者の比較活動に対して制約的な仮定を設けなければならない。本稿においては，消費者の「丁度可知差異」が，いかなる属性（品質）ペアーに対しても一定であることと，比較の対象となる属性（品質）が連続的に用意され，かつこのような間接比較が購買に先立って比較し尽くされることが仮定される。

こうした仮定のもとで，まず一対比較において完全性を持たない属性（品質）集合が，第３項律を満たすことによって間接比較可能となり，関係$\lhd$に

おいて完全性を持ちうる。さらに，このような順序関係$\triangleleft$は線形順序として表わすことができ（注1－①），属性集合 Z_i の上で連続な評価関数が存在する（定理2）ことが分かる。

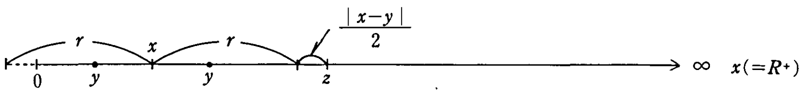
評価関数の値である非負の実数値は，その序数的性格において意味をもつのであるが，4節で述べたように，問題をより constructive にとらえるために，距離付けされたものと見なすことは有益であろう。5節においては，これに基づき，定理3において品質の連続な評価関数の存在を証明している。現実の商品属性に関するこのような距離付けは，現実的には，商品の各属性の物理的計測データに基づいてなされ得るであろう。ここで重要なことは，計測データが客観的に正確なものであることと，技術的究極点が存在しないことである。

4節において述べた距離付けされた1つ1つの属性にかかるウェイト W_i は，本稿において定数として扱われる。しかし，W_i が売手による販促活動（例えば広告支出額）に依存するならば，売手は広告支出（すなわちW_i)を大きくすることにより，消費者の当該属性の他属性に対する相対的評価を上昇させることが出来るであろう。このことは販売促進された属性において優位に立つ商品を，より高い品質無差別曲線の方へシフトさせることを意味する。また，品質評価の対象となる属性の数 n についても，広告支出に依存すると考えることができる。すなわち，販促活動によって第 $n+1$ 属性が新たに消費者の欲望の対象となれば，第 n 属性までは全く同じ2商品であっても，仮定(4)の狭義単調性により，第 $n+1$ 属性を持つ当該商品は，評価に於てもう一方の商品を強い関係$\triangleleft$で圧倒することになる。この種の販促活動は製品差別化によるシェアーの獲得を意味する。以上のような，モデルの持つ含意に関しては，稿を新たにして詳細な検討を行なう予定である。

[注]

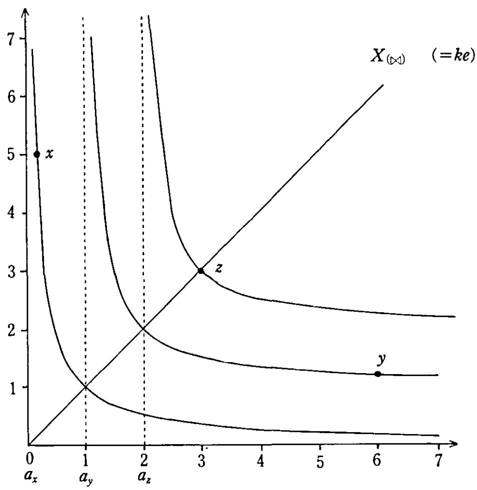
1）第3項律を満たす集合 X の例を二つ挙げる。

① X を非負の実数とし，$\forall x,\ y \in X$ に対して，$|x-y|<r$ なる範囲において一対比較不能とする。(図は，$|x|<r$ のケース)



$^\forall x\in X$ にたいして，$|x-y|<r$ を満たすような任意の y を考えると，$|x-z|=y+\dfrac{|x-y|}{2}$ かまたは $|x-z|=y-\dfrac{|x-y|}{2}$ となるような z で，x, y の一方のみと一対比較可能なものが存在する。（図は前者の z が存在するケース）したがって，任意の $x\in X$ が，関係 $\lhd$ で比較可能となる。特に，X の相異なる元 x, y は無差別 $x\bowtie y$ となることがないため，強い関係 $\lessdot$ でも比較可能である。このケースは属性比較の特殊ケースである。

② X を非負のベクトル空間とし，任意の $x\in X$ は座標（x_1，x_2）で表わされ，要素の関係 $x_2=g(x_1)=\dfrac{1}{x_1-a_x}+a_x$ における a_x の，値の小さいほうによって特徴づけられているものとする。すなわちより大きな a で特徴づけられる x のほうが潜在的に好ましいものとする。X の元 x, y が一対比較不能であるということを「x, y を特徴づけている a_x, a_y の値の差が r（一定）未満」と定義する。こ



のときも①のケースと同様，任意の相異なる x, $y\in X$ を比較可能とするような $z\in X$ が存在することが確かめられる。例えば，$x=(0.2, 5)$，$y=(6, 1.2)$，$r=1.5$とすると，$a_x=0$，$a_y=1$。よって，$|a_x-a_y|=1<1.5=r$ であるので，x, y は一対比較不能。ここで，$z=(3, 3)$ が存在して $a_z=2$，$|a_y-a_z|=2>1.5=r$。よって，$z>x$，$z\otimes y \Rightarrow x\lhd y$ となることがわかる。また，相異なる二元が，等しい a をもつときは，x, y

のそれぞれと一対比較可能な元 z の集合は，x と y とで完全に一致するので，第３項律［v］のケースが成り立ち，$x \bowtie y$ となる。

この例は，１品質２属性で，各属性が座標軸上に基数的に並ぶ特殊ケースとみることができる。

２）「丁度可知差異」が異なる品質ペアーにたいして一定でないと仮定すると，消費者の評価に不合理が生じる可能性がある。実際，注１の②のケースにおいて r が一定でないと仮定すると，

$x=(0.2,5)$，$y=(6,1.2)$，$z=(3,3)$，$r(x,\ y,\ z)=1.5$ …(ｲ)

$z=(3,3)$，$z'=(4,4)$，$r(z,\ z')=0.8$ …(ﾛ)

$x=(0.2,5)$，$z'=(4,4)$，$r(x,\ z')=3.5$ …(ﾊ)

というケースもある得る。なお，$r(x,\ y,\ z\cdots)$ は括弧の中の任意のペアーに関する丁度可知差異である。

このとき，(ｲ)より $a_x=0$，$a_y=1$，$a_z=2$，$|a_x-a_y|=|a_y-a_z|=1<1.5$，$|a_x-a_z|=2>1.5$ よって第３項律より，$x \lhd y \lhd z$ となる。

一方，(ﾛ)，(ﾊ)より $a_{z'}=3$ で，$|a_z-a_{z'}|=1>0.8$，$|a_x-a_{z'}|=3<3.5$ であるので第３項律より $x \rhd z$ となり，(ｲ)における $x<z$ と(2.4)より $x \lhd z$ となることと矛盾する。

(2.4) が評価の合理性（推移性）に依っていることから，丁度可知差異の不定性は，この評価の合理性に反する。すなわち循環順序を生じさせる可能性をはらむ。もっとも，このような不定性は，無意味なものとして排除するわけではなく，それなりに重要な含意をもつものである。

３）順序集合（Z_i，$\lhd$）から順序集合（R^+，$\leqq$）への順序同型写像 $f:Z_i \to R^+$ が少なくとも１つ存在するとき，両者は順序同型であるといい，（Z_i，$\lhd$）$\simeq$（R^+，$\leqq$）と書く。

順序同型写像とは，z_1，$z_2 \in Z_i$ に対して，全単射で，

$$z_1 \lhd z_2 \Longleftrightarrow f(z_1) \leqq f(z_2)$$

となる写像である。

４）順序集合（M，$\lhd$）の部分集合 S が M の鎖であるとは，S が関係 $\lhd$ において完全性を

もつことである。このとき関係$\lhd$はSの上で線形順序となる。

5）線形順序構造（M, $\lhd$）の任意の2元x, yにたいして，狭義の関係$x \lhd y$が成り立つとき，$x \lhd z \lhd y$を満たすようなzが，Mの部分集合Sに存在すれば「SはMにおいて順序稠密である」という。順序稠密であれば，$M=\bar{S}$(閉包)。

6）定理1（Cantor の条件）については，Cantor［1］p133～p136，または，丸山［2］p117～p118参照。

参 考 文 献

［1］ Cantor, G., *Contributions to the Founding of the Teory of Transfinite Numbers,* (Dover Publications, N. Y.) 1955, 133－136.

［2］ Debreu, G., *Teory of Value,* (Wiley, N. Y.) 1959.（丸山徹訳『価値の理論』東洋経済新報社，1977年）

［3］ ――――, "Continuity Propperties of Paretian Utility," *International Economic Reviw,* 5, 1964, 285－293.

［4］ 永星浩一「商品品質とクレーム」長崎大学『経営と経済』第67巻第3号，1987年。

［5］ 細江守紀『不確実性と情報の経済分析』九州大学出版会，1987年。

［6］ 丸山　徹『関数解析学』慶応通信，1980年。

［7］ 松坂和夫『集合・位相入門』岩波書店，1968年。

［8］ Nelson, P., "Information and Consumer Behavior," *Journal of Political Economy,* Vol. 78, 1970, 311－329.

［9］ Nicosia. F. M., *Consumer Decision Processes,* (Pentice-Hall, New Jersey) 1966.（野中郁次郎・羽路駒次訳『消費者の意思決定過程』東洋経済新報社，1979年）

［10］ Rader, T., "Existence of a Utility Function to Represent Preferences," *The Review of Economic Studies,* XXX. 1963, 229－232.

［11］ 佐伯　胖『「決め方」の論理』東京大学出版会，1980年。

［12］ 竹之内脩『トポロジー』廣川書店，1962年。

［13］ Varian, H. R., *Microeconomic Analysis,* (W. W. Norton & Company) 1978.

(佐藤隆三・三野和雄訳『ミクロ経済分析』勁草書房，1986年)