



Title	湿り空気中におかれた垂直氷面壁の自然対流融解伝熱に関する理論的研究
Author(s)	野澤, 勝廣
Citation	長崎大学教育学部自然科学研究報告. vol.34, p.75-87; 1983
Issue Date	1983-02-28
URL	http://hdl.handle.net/10069/32567
Right	

This document is downloaded at: 2018-11-14T21:59:08Z

湿り空気中におかれた垂直氷面壁の 自然対流融解伝熱に関する理論的研究

野 澤 勝 廣

長崎大学教育学部工業技術教室
(昭和57年10月31日受理)

Theoretical Study of Heat Transfer of Vertical
Ice Wall Fusion in Moist Air by Natural Convection

Katsuhiko NOZAWA

Department of Technology, Faculty of Education
Nagasaki University, Nagasaki 852
(Received October 31, 1982)

Abstract

On the vertical ice wall fusion in the moist air, this paper theoretically investigates the heat transfer coefficient, and the distributions of velocity and temperature of film and moist air.

緒 言

氷の融解伝熱は、3相の変化を伴い、湿り空気中にて融解する場合界面移動及び空気中の水分拡散を伴い、そのため伝熱機構は複雑になり、これらの問題は実験的にも理論的にも、その解決に多大の困難が伴う。

筆者は、湿り空気中におかれた氷の融解に関する伝熱工学的研究を行い^{1~9)}、数例の実験式を究明し、更に実験的理論的検討を行って来た。今回はこれらを更に進展させ、垂直氷面壁の融解問題を、融解初期の準定常問題とし、その水膜及び湿り空気の温度分布速度分布濃度分布などについて理論的面から検討を加えた、その結果若干の知見が得られたので報告する。

1 垂直氷面壁の理論解析モデル

垂直氷面壁が湿り空気中で融解するときの理論解析モデルを Fig. 1 に示した。添字 1 は水膜内、添字 2 は湿り空気側を示す。気液界面は添字 sf を付ける。座標軸は縦

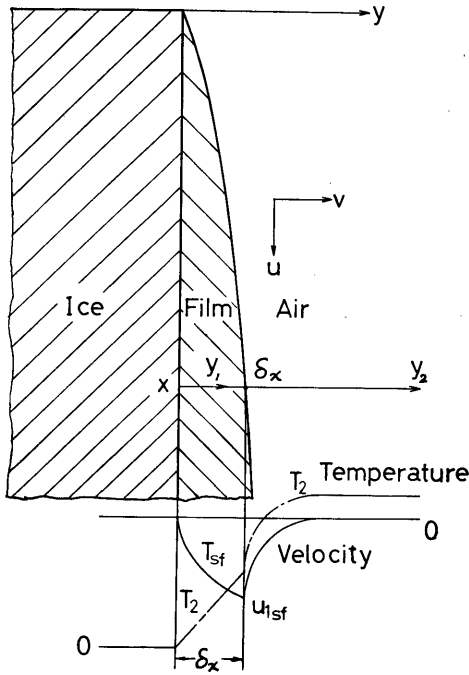


Fig. 1 垂直水面壁融解面理論解析モデル

軸 x , 横軸 y , 水膜 y_1 , 湿り空気 y_2 とする特殊な座標基準を取る。

氷は融解し基準界面移動があるが、解析を簡略化するために、融解面は固定する。即ち氷側が融解しながら移動して来ると解釈して解析を進める。同時に融解の初期の現象を取らえる。

2 基礎偏微分方程式

a) 水膜内の基礎微分方程式

今、氷側に付いては、温度分布を考えない事にするので、この場合の伝熱にかかわる偏微分方程式は、連続の式、運動量方程式、エネルギー式、水蒸気拡散の方程式について、水膜側、湿り空気側について考えれば良い。

水膜側の基礎偏微分方程式 (添字 1)
連続の式

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y_1} = 0 \quad (1)$$

運動量方程式

$$\rho_1 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \rho_1 v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y_1} = \mu_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial y_1^2} + g(\rho_1 - \rho_2) \quad (2)$$

エネルギー方程式

$$u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} = \kappa_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2} \quad (3)$$

又は

$$C p_1 \rho_1 u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + C p_1 \rho_1 v_1 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2} \quad (4)$$

b) 湿り空気側基礎偏微分方程式 (添字 2)

連続の式

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y_2} = 0 \quad (5)$$

運動量方程式

$$\rho_2 u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \rho_2 v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y_2} = \mu_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial y_2^2} + \rho_2 g \beta_2 (T - T_{air}) \quad (6)$$

エネルギー方程式

$$u_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial T_2}{\partial y_2} = \kappa_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial y_2^2} \quad (7)$$

又は

$$C p_2 \rho_2 u_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + C p_2 \rho_2 v_2 \frac{\partial T_2}{\partial y_2} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial y_2^2} \quad (8)$$

Eq. (7) では, κ_2 は温度拡散率, Eq (8) の λ_2 は熱伝導率とする。

拡散方程式

$$u_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial C_2}{\partial y_2} = D \frac{\partial^2 C_2}{\partial y_2^2} \quad (9)$$

3 初期条件および境界条件

検査面 x , $x+dx$ 間に付いて考える。

a) 水膜内部

$$y_1 = 0, (y = 0) \quad u_1 = 0 \quad (10)$$

$$v_1 = v_0 = \frac{dy}{d\tau} / \rho_1 \quad (11)$$

$$T_1 = T_{melt} = 0 \quad (12)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} \Big|_{y_1=0} = \frac{dy}{d\tau} dx \rho_{ice} L_{ice} + B \quad (13)$$

Eq. (13) の B は氷側への熱伝導による伝熱量を示す。今回は $T_{ice} = 0$ であり, 氷の加熱に要する熱は不要であるので, $B = 0$ である。

$$y_1 = \delta_x (y = \delta_x), \quad u_1 = u_{1sf} \quad (14)$$

$$v_1 = - \frac{dw}{d\tau} / \rho_1 \quad (15)$$

$$T_1 = T_{sf} \quad (16)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} \Big|_{y_1=\delta_x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y_2} \Big|_{y_2=0, y=\delta_x} + A \quad (17)$$

Eq. (17) における A は凝縮熱 (空気湿度の) 相当分である。また輻射熱は省略する。

$$A = \frac{dw}{d\tau} \cdot r_w \quad (18)$$

b) 界面の粘性

$$\mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial y_1} \Big|_{y_1=\delta_x} = \mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial y_2} \Big|_{y_2=0, y=\delta_x} \quad (19)$$

気液界面の融解伝熱係数を考える場合次式が成立する。これは融解伝熱係数の定義式でもある。

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} \Big|_{y_1=\delta_x} = h_{melt} (T_{air} - T_{melt}) \quad (20)$$

融解伝熱係数 h_{melt} には, 水蒸気の凝縮潜熱も含めて考える。

$$\frac{1}{h_{melt}} = \frac{\delta_x}{\lambda_1} + \frac{1}{h_{convetcion} + r_w (dw/d\tau) / (T_{air} - T_{sf})} \quad (21)$$

c) 湿り空気側境界条件

気液界面を基準面に取り横軸 y_2 とすると, (融解面基準は y である)

$$y_2 = 0 (y = \delta_x + y_2) \quad u_2 = u_{1sf} \quad (22)$$

$$v_2 = -v_{20} = - \left(\frac{dw}{d\tau} \right) / \rho_{vap} \quad (23)$$

$$T_2 = T_{1sf} = T_{2sf} \quad (24)$$

湿り空気側の密度 ρ_2 は, ρ_{dryair} と ρ_{H_2O} (各分圧における密度) に関係する。そこで Eq. (23) は湿り空気の凝縮による v 方向速度成分を意味している。

$$C_2 = C_{sf} \tag{25}$$

$$y_2 = +\infty (y = \infty) \quad u_2 = u_{air} = 0 \tag{26}$$

$$v_2 = 0 \tag{27}$$

$$T_2 = T_{air} \tag{28}$$

4 湿度線図による気液界面の状態の観察

Fig. 2 は, 上部湿度線図, 下部温度分布を示したものである。氷内部は T_{melt} である。Fig. 2 の湿り空気の気液界面を見る限りでは, 湿り空気側の水蒸気は凝縮律則であり, 蒸発の現象は, 湿り空気である限りこの場合は存在しないと考えられる。即ち気液界面では湿り空気は, 表面の温度分布により, 湿度線図をABCと変化する。又BC間の ΔH に相当する水蒸気が凝縮する。その凝縮量は Eq. (29) で表現される。

$$\frac{dw}{d\tau} = K_2 \Delta H \tag{29}$$

5 相以解

これまでに, 求められた方程式 Eqs (1)~(9) を解くことは, 二相境界層方程式を解くことに帰着する。

今回は, 気液界面の適合条件を完全に解決する前に, Eqs. (1)~(9) の相以解を求める。液膜に作用する力は体積力が支配的である。氷面壁即ち融解面の温度は 0°C 一定である。この2つの仮定条件により, Eqs. (1)~(9) の二相境界層方程式の相似解を求める。

ここでは, 水膜側に1, 湿り空気側に2の添字を付ける。そして, 流れ関数 ψ_1, ψ_2 を導入すると, 水膜側, 湿り空気側の速度成分はそれぞれ次のごとく書ける。

$$u_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial y_1} \quad v_1 = -\frac{\partial \psi_1}{\partial x} \tag{30}$$

$$u_2 = \frac{\partial \psi_2}{\partial y_2} \quad v_2 = -\frac{\partial \psi_2}{\partial x} \tag{31}$$

この変換によって, Eqs. (1) と (5) は自動的に満足する。

そこで, 最初に次元解析により速度, 温度分布の無次元関係式及び相似変数 η_1, η_2 および流れ関数 ψ_1, ψ_2 を求める。

ここで, 最初に次元解析により速度, 温度分布の無次元関係式及び相似変数 η_1, η_2 および流れ関数 ψ_1, ψ_2 を求める。

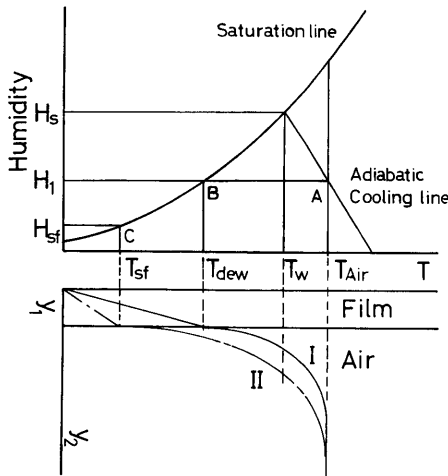


Fig. 2 気液界面相変化状態

a) 水膜内次元解析 (速度分布)

$$u_1^{\pi_1} x^{\pi_2} y_1^{\pi_3} \mu_1^{\pi_4} \rho_1^{\pi_5} C p_1^{\pi_6} \lambda_1^{\pi_7} g^{\pi_8} (\rho_1 - \rho_2)^{\pi_9} \quad (32)$$

Eq. (32) の方向性次元解析を行なうと次式が求まる。

$$(u_1 x / 4\nu_1) / \{g x^3 (\rho_1 - \rho_2) / (\rho_1 4\nu_1^2)\}^{\frac{1}{2}} = F \left\{ \frac{y_1}{x} \left(\frac{g x^3 (\rho_1 - \rho_2)}{4\nu_1^2 \rho_1} \right)^{\frac{1}{4}}, Pr \right\} \quad (33)$$

$u_1^{\pi_1} x^{\pi_2} y_1^{\pi_3} \mu_1^{\pi_4} \rho_1^{\pi_5} C p_1^{\pi_6} \lambda_1^{\pi_7} g^{\pi_8} (\rho_1 - \rho_2)^{\pi_9}$ として方向性次元解析を行う。

$$u_1 x / \{g x^3 (\rho_1 - \rho_2) / \rho_1 4\nu_1^2\}^{\frac{1}{4}} = \Phi \left\{ \frac{y_1}{x} \left(\frac{g x^3 (\rho_1 - \rho_2)}{4\nu_1^2 \rho_1} \right)^{\frac{1}{4}}, Pr \right\} \quad (34)$$

水膜側相以変数 η_1 とすると

$$\eta_1 = \frac{y_1}{x} \left\{ \frac{g x^3 (\rho_1 - \rho_2)}{4\nu_1^2 \rho_1} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (35)$$

ここで取り上げている湿り空気と水膜の接解面に $\rho_1 - \rho_2$ と ρ_1 即ち密度の差による体積力を考えることは問題を複雑にするだけである。そこで $\rho_1 - \rho_2 \approx \rho_1$ において Eqs (33)~(35) を書き替える。密度の値をこのようにしてもその影響力は 0.12% 前後であり無視出来る。

$$(u_1 x / 4\nu_1) / (g x^3 / 4\nu_1^2)^{\frac{1}{2}} = F \left\{ \frac{y_1}{x} (g x^3 / 4\nu_1^2)^{\frac{1}{4}}, Pr \right\} \quad (36)$$

$$(u_1 x / 4\nu_1) / (g x^3 / 4\nu_1^2)^{\frac{1}{4}} = \Phi \left\{ \frac{y_1}{x} (g x^3 / 4\nu_1^2)^{\frac{1}{4}}, Pr \right\} \quad (37)$$

$$\eta_1 = \frac{y_1}{x} (g x^3 / 4\nu_1^2)^{\frac{1}{4}} \quad (38)$$

次に水膜内の流れ関数 ψ_1 を求める。Eq. (30), Eq. (36) より

$$u_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial y_1} = \left\{ (g x^3 / 4\nu_1^2)^{\frac{1}{2}} / (x 4\nu_1) \right\} F_1(\eta_1) \quad (39)$$

ここで Eq. (38) から偏微分と常微分の変換が可能になる。

$$\frac{d\eta_1}{\eta_1} = \frac{dy_1}{y_1} - \frac{dx}{4x} \quad (40)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{\eta_1}{4x} \frac{d}{d\eta_1}, \quad \frac{\partial}{\partial y_1} = \frac{\eta_1}{y_1} \frac{d}{d\eta_1} \quad (41)$$

そこで, Eqs. (39), (41) から

$$u_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial y_1} = \frac{\eta_1}{y_1} \frac{d\psi_1}{d\eta_1} = \left\{ (g x^3 / 4\nu_1^2)^{\frac{1}{2}} / (x / 4\nu_1) \right\} F_1(\eta_1) \quad (42)$$

$$\frac{d\psi_1}{d\eta_1} = 4 (g x^3 \nu_1^2 / 4)^{\frac{1}{4}} F_1(\eta_1) \quad (43)$$

$$\psi_1 = 4 (g x^3 \nu_1^2 / 4)^{\frac{1}{4}} \int F_1(\eta_1) d\eta_1 \quad (44)$$

$$f_1(\eta_1) = \int F_1(\eta_1) d\eta_1 \quad (45)$$

$f_1(\eta_1)$ を Eq. (45) のごとく置き替ると Eq. (44) は流れ関数 ψ_1 として次式で表わされる。

$$\psi_1 = 4 (g x^3 \nu_1^2 / 4)^{\frac{1}{4}} f_1(\eta_1) \quad (46)$$

同時に

$$u_1 = 4(gx/4)^{\frac{1}{2}} F(\eta_1) \quad (47)$$

$$u_1 = 4(gx/4)^{\frac{1}{2}} f_1'(\eta_1) = 2(gx)^{\frac{1}{2}} f_1'(\eta_1) \quad (48)$$

これは同時に Eqs. (39) (42) から明らかである。

次に v_1 を求める式は, Eqs. (30) (41) (44) から

$$v_1 = -\frac{\partial \psi_1}{\partial x} = -\frac{\partial \{4(gx^3\nu_1^2/4)^{\frac{1}{4}} f_1(\eta_1)\}}{\partial x} \quad (49)$$

$$= -4 \cdot \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{g\nu_1^2}{4}\right)^{\frac{1}{4}} f_1(\eta_1) - 4 \left(\frac{gx^3\nu_1^2}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{\partial f_1(\eta_1)}{\partial x} \quad (50)$$

Eg. (41) から

$$\frac{\partial f_1(\eta_1)}{\partial x} = -\frac{\eta_1}{4x} \frac{df_1(\eta_1)}{d\eta_1}$$

$$v_1 = (g\nu_1^2/4x)^{\frac{1}{4}} \{\eta_1 f_1'(\eta_1) - 3f_1(\eta_1)\} \quad (51)$$

Eq. (51) は同時に, 次元解析から導いた Eqs. (34) (37) も満足する。

x の値を定数化することにより Eqs. (48) (51) の u_1 v_1 の値を用いて, Eqs. (1) (2) から, これらの偏微分方程式は, 次のごとく常微分化することが出来る。

$$f_1''' + 3f_1 f_1'' - 2(f_1')^2 + 1 = 0 \quad (52)$$

b) 温度分布の相以解

$$\theta_0 = \frac{T_{sf} - T_1}{T_{sf} - T_{melt}} \quad \text{において温度分布の次元解析を行なう。}$$

温度分布次元解析

$$(T_{sf} - T_1)^{\pi_1} (T_{sf} - T_{melt})^{\pi_2} x^{\pi_3} y_1^{\pi_4} C p_1^{\pi_5} \lambda_1^{\pi_6} \rho_1^{\pi_7} \mu_1^{\pi_8} (\rho_1 - \rho_2)^{\pi_9} g^{\pi_{10}}$$

この式を方向性次元解析すると次式が求められる。

$$\frac{(T_{sf} - T_1)}{(T_{sf} - T_{melt})} = \theta_1 \left\{ \left\{ \frac{x^3 g (\rho_1 - \rho_2)}{4\nu_1^2 \rho_1} \right\}^{\frac{1}{4}}, Pr \right\} \quad (53)$$

$$\theta_1(\eta_1) = (T_{sf} - T_1) / (T_{sf} - T_{melt}) \quad (54)$$

Eqs. (3) (54) から温度分布の式は常微分化されて次式で表わされる

$$\theta_1'' + 3Pr f_1 \theta_1' = 0 \quad (55)$$

6 湿り空気側温度分布速度分布の次元解析

a) 速度分布

融解水膜の気液界面から横軸に y_2 を取り, 湿り空気側の速度分布についての方向性次元解析から始める。

$$u_2^{\pi_1} \rho_2^{\pi_2} x^{\pi_3} y_2^{\pi_4} C p_2^{\pi_5} \mu_2^{\pi_6} \lambda_2^{\pi_7} (g\beta_2)^{\pi_8} (T_{air} - T_{sf})^{\pi_9} \quad (56)$$

方向性次元解析によると

$$(u_2 x / 4\nu_2) / \{g\beta_2 x^3 (T_{air} - T_{sf}) / 4\nu_2^2\}^{\frac{1}{2}} = F_2 \left\{ \frac{y_2}{x} \left(\frac{g\beta_2 x^3 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}}, Pr \right\} \quad (57)$$

Eq. (56) の u_2 と v_2 を入替へて方向性次元解析をすると次式が求まる。

$$(v_2 x / 4\nu_2) / \{g\beta_2 x^3 (T_{air} - T_{sf}) / 4\nu_2^2\}^{\frac{1}{4}} = \Phi_2 \left[\frac{y_2}{x} \left(\frac{g\beta_2 x^3 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}}, Pr \right] \quad (58)$$

湿り空気側の相以変数 η_2 はつきのごとく置かれる。

$$\eta_2 = \frac{y_2}{x} \left\{ \frac{g\beta_2 x^3 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (59)$$

次に速度成分 u_2 を表わす Eq. (57) と流れ関数 ψ_2 の式 Eq. (31) 及び Eq. (59) から ψ_2 を求める。

$$u_2 = \frac{\partial \psi_2}{\partial y_2} \text{ と Eqs. (57)(59) から}$$

$$\frac{d\eta_2}{\eta_2} = \frac{d\eta_2}{y_2} - \frac{dx}{4x} \quad (60)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{\eta_2}{4x} \frac{d}{d\eta_2} \quad (61)$$

$$\frac{\partial}{\partial y_2} = \frac{\eta_2}{y_2} \frac{d}{d\eta_2} \quad (62)$$

流れ関数 ψ_2 と相似変数 η_2 を導入することにより, Eqs. (5) ~ (9) は, Eqs. (61). (62) により, 偏微分方程式の常微分化が可能になる。Eq. (57) から u_2 を表わすと次式となる。

$$u_2 = \left(\frac{4\nu_2}{g} \right) \left\{ g\beta_2 x^3 (T_{air} - T_{sf}) / 4\nu_2^2 \right\}^{\frac{1}{4}} F_2(\eta_2) \quad (63)$$

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial y_2} = \frac{\eta_2}{y_2} \frac{d\psi_2}{d\eta_2} = u_2 \quad (64)$$

そこで Eq. (63) の u_2 と Eq. (59) の η_2 を Eq. (64) に代入する。

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial \eta_2} = \frac{y_2}{\eta_2} u_2 \quad (65)$$

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial \eta_2} = 4\nu_2 \left(\frac{x^3 g\beta_2 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}} f_2'(\eta_2) \quad (66)$$

$$\text{但し } \int F_2(\eta_2) d\eta_2 = f_2(\eta_2) \text{ とする。} \quad (67)$$

$$\psi_2 = 4\nu_2 \left(\frac{x^3 g\beta_2 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}} f_2(\eta_2) \quad (68)$$

流れ関数 ψ_2 が求まると $v_2 = -(\partial \psi_2 / \partial x)$ から v_2 が求まる。そこで, ψ_2 と Eq. (61) から v_2 を求める。

$$v_2 = - \frac{\partial \left\{ 4\nu_2 \left(\frac{x^3 g\beta_2 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}} f_2(\eta_2) \right\}}{\partial x} \quad (69)$$

$$= -4 \cdot \nu_2 \cdot \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{g\beta_2 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}} f_2(\eta_2) - 4 \cdot \nu_2 \left(\frac{x^3 g\beta_2 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\partial f_2(\eta_2)}{\partial x} \quad (70)$$

Eq. (61) から, Eq. (70) の右辺第二項は, 次の変換が可能になる。

$$\frac{\partial f_2(\eta_2)}{\partial x} = -\frac{\eta_2}{4x} \frac{df_2(\eta_2)}{d\eta_2} \quad (71)$$

Eq. (70) は次のように表わされる。

$$v_2 = -4\nu_2 \cdot \frac{3}{4} x^{-1} \left(\frac{gx^3(T_{air}-T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}} f_2(\eta_2) - 4\nu_2 \left(\frac{x^3 g \beta_2 (T_{air}-T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}} \\ \times \left(-\frac{\eta_2}{4x} \frac{df_2'(\eta_2)}{d\eta} \right) \quad (72)$$

Eq. (72) を整理すると次式となる。

$$v_2 = (\nu_2/x) \left(\frac{gx^3 \beta_2 (T_{air}-T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}} (\eta_2 f_2'(\eta_2) - 3f_2(\eta_2)) \quad (73)$$

$$\theta_2(\eta_2) = \frac{T_{air}-T_2}{T_{air}-T_{sf}} \quad (74)$$

$$M(\eta_2) = \frac{C_\infty - C_2}{C_\infty - C_{sf}} \left(= \frac{H_{air} - H_2}{H_{air} - H_{sf}} \right) \quad (75)$$

以上の結果から Eqs. (5)~(9) の偏微分方程式は次のごとく相似解で常微分化される。

$$f_2''' + 3f_2 f_2'' - 2(f_2')^2 + \theta_2 = 0 \quad (76)$$

$$\theta_2'' + 3Pr\theta_2' f_2 = 0 \quad (77)$$

$$M'' + 3ScM' f_2 = 0 \quad (78)$$

7 常微分方程式 (相似方程式) の初期条件と境界条件の決定

a) 水膜側

$$\eta_1 = 0, u_1 = 0, \longrightarrow y_1 = 0, \quad \text{Eq. (10) から } f_1'(0) = 0 \quad (79)$$

Eq. (11) から

$$v_1 = v_{10} = \frac{dy_1}{d\tau} \frac{\rho_{ice}}{\rho_1}$$

Eq. (51) から

$$v_1 = v_{10} = (g\nu_1^2/4x)^{\frac{1}{4}} \{-3f_1(0)\} \quad (80)$$

$$f_1(0) = -(1/3)(g\nu_1^2/4x)^{-\frac{1}{4}} v_{10} \quad (81)$$

$$f_1(0) = -\frac{1}{3}(g\nu_1^2/4x)^{-\frac{1}{4}} \frac{dy_1}{d\tau} \frac{\rho_{ice}}{\rho_1} \quad (82)$$

$$\text{Eqs. (53) (12) から } \theta(0) = 1 \quad (83)$$

$$\eta_1 = \eta_1 \delta x \quad y_1 = \delta x \quad \text{では } u_1 = u_{1sf} \quad (84)$$

$$v_1 = -\frac{dw}{d\tau} / \rho\nu a \rho \quad (85)$$

$$\theta_1 = 0 \quad (86)$$

b) 湿り空気側の境界条件の決定

$$\eta_2 = 0, y = \delta x = y_2 + \delta x, y_2 = 0$$

$$u_2 = u_{1sf} = u_{2sf} \quad (87)$$

$$v_2 = v_{20} = -(dw/d\tau) / \rho\nu a \rho \quad (88)$$

$$\theta_2(0) = 1 \quad (89)$$

$$M(0) = 1 \quad (90)$$

$$\eta_2 = \infty, \quad y = \infty, \quad y_2 = \infty$$

$$u_2 = u_{20} = 0, \quad v_2 = v_{20} = 0 \quad (91)$$

$$f_2'(\infty) = 0, \quad f_2(\infty) = 0 \quad (92)$$

$$\theta_2(\infty) = 0 \quad (93)$$

$$M(\infty) = 0 \quad (94)$$

c) 気液界面における境界条件の検討

$$\eta_1 = \eta_1 \delta x \text{ において,} \quad u_1 = u_{1sf} = u_{2sf} = u_2 \quad (84)(86)(87)$$

$$v_1 = -(dw/d\tau)/\rho_1 \quad (85)$$

$$\eta_2 = 0 \text{ において,} \quad u_2 = u_{2sf} = u_{1sf} = u_1 \quad (87)(86)(84)$$

$$v_2 = -(dw/d\tau)/\rho_2 \quad (95)$$

ここで Eq. (48) から, $\eta_1 = \eta_1 \delta x$ を代入する。気液界面上では境界条件は Eq. (96) で示す。

$$u_1 = f_1'(\eta_1) 2(gx)^{\frac{1}{2}} \quad (48)$$

$$u_{1sf} = 2(gx)^{\frac{1}{2}} f_1'(\eta_1 \delta x) = u_{20} \quad (96)$$

Eq. (63) より u_2 を求めると, 次式となる。

$$u_2 = \left(\frac{4\nu_2}{x} \right) \left\{ \frac{gx^3 \beta_2 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right\}^{\frac{1}{2}} f_2'(\eta_2) \quad (97)$$

Eqs. (96) (97) から, 気液界面の $f_1'(\eta_1 \delta x)$ と $f_2'(0)$ の関係は次式にて表わされる。

$$2(gx)^{\frac{1}{2}} f_1'(\eta_1 \delta x) = \left(\frac{4\nu_2}{x} \right) \left\{ \frac{gx^3 \beta_2 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right\}^{\frac{1}{2}} f_2'(0) \quad (98)$$

$$f_1'(\eta_1 \delta x) = \{\beta_2 (T_{air} - T_{sf})\}^{\frac{1}{2}} f_2'(0) \quad (99)$$

d) 融解面の境界条件 Eq. (13) の検討

$\eta_1 = 0, \quad y_1 = 0$ の時

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} \Big|_{y_1=0} = \frac{dy_1}{d\tau} \rho_{ice} L_{ice} dx + B \quad (13)$$

$$\partial T_1 = (T_{melt} - T_{sf}) \partial \theta_1 \quad (101)$$

$$d\theta_1 = -dT_1 / (T_{sf} - T_{melt}) \quad (100)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \eta_1} \Big|_{y_1=0, \eta_1=0} = \frac{dy_1}{d\tau} (\rho_{ice} L_{ice} dx + B) / \{\lambda_1 (-T_{sf} + T_{melt})\} \quad (102)$$

$$\theta_1'(0) = \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta_1} \Big|_{y_1=0, \eta_1=0} = \frac{dy_1}{d\tau} (\rho_{ice} L_{ice} dx + B) / \{\lambda_1 (T_{melt} - T_{sf})\} \quad (103)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial y_1} = \frac{\partial T_1}{\partial \eta_1} \frac{\partial \eta_1}{\partial y_1} = \frac{T_{air} - T_{melt}}{\partial \eta_1} \cdot \frac{\eta_1}{y_1} \quad (104)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial y_1} = \frac{\eta_1}{y_1} (T_{air} - T_{melt}) \frac{d\theta_1}{d\eta_1} \quad (105)$$

e) 気液界面における境界条件Eq. (15) の検討

$$\eta_1 = \eta_{1\delta x}, \quad y_1 = \delta x, \quad v_1 = - (dw/d\tau)/\rho_1 \quad (15)$$

Eq. (51) に $\eta_1 = \eta_{1\delta x}$ を代入し整理すると次式が求まる。

$$y_{1\delta x} f_1'(y_{1\delta x}) - 3f_1(y_{1\delta x}) = - \frac{(dw/d\tau)/\rho_1}{(g\nu_1^2/4x)^{\frac{1}{4}}} \quad (106)$$

Eq. (106) は、気液界面における $f_1, f_1' dw/d\tau$ の釣合条件を表わしている。また乾燥空気中では、凝縮速度 $dw/d\tau = 0$ となり、Eq. (106) は次式で表わされる。

$$y_{1\delta x} f_1'(y_{1\delta x}) - 3f_1(y_{1\delta x}) = 0 \quad (107)$$

8. 温度分布濃度分布

水膜側湿り空気側の温度分布および湿り空気側水分分布は、それぞれ速度分布関数 f_1, f_2 が求まれば簡単に求まる。又同時に凝縮速度 M は f_2 が求まると自動的に求まる。

$$\theta_1'' + 3Prf_1\theta_1' = 0 \quad (55)$$

$$\theta_2'' + 3Prf_2\theta_2' = 0 \quad (77)$$

$$M'' + 3Scf_2\theta_2' = 0 \quad (78)$$

$$\theta_1 = \frac{T_{sf} - T_1}{T_{sf} - T_{melt}} = 1 - \frac{\int_0^{y_1} e^{-3Pr} \int_0^{y_1} f_1 dy_1 dy_1}{\int_0^{y_{1\delta x}} e^{-3Pr} \int_0^{y_1} f_1 dy_1 dy_1} \quad (109)$$

$$\theta_2 = \frac{T_{air} - T_2}{T_{air} - T_{sf}} = 1 - \frac{\int_0^{y_2} e^{-3Pr} \int_0^{y_2} f_2 dy_2 dy_2}{\int_0^{\infty} e^{-3Pr} \int_0^{y_2} f_2 dy_2 dy_2} \quad (110)$$

$$M = \frac{H_{air} - H}{H_{air} - H_{sf}} = 1 - \frac{\int_0^{y_2} e^{-3Sc} \int_0^{y_2} f_2 dy_2 dy_2}{\int_0^{\infty} e^{-3Sc} \int_0^{y_2} f_2 dy_2 dy_2} = \frac{C_{air} - C}{C_{air} - C_{sf}} \quad (111)$$

9 気液界面の剪断力から Eq. (19) を検討

$$\mu_1 \left. \frac{\partial u_1}{\partial y_1} \right|_{y_1 = \delta x} = \mu_2 \left. \frac{\partial u_2}{\partial y_2} \right|_{y_{20}, y = \delta x} \quad (19)$$

$$\mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial y_1} = \frac{\mu_1 \eta_1}{y_1 d\eta_1} = \mu_1 \{2(gx)^{\frac{1}{2}} f_1''(\eta_1)\} \frac{\eta_1}{y_1} \quad (112)$$

$$\mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial y_2} = \frac{\mu_2 \eta_2}{y_2 d\eta_2} = \frac{\mu_2 \eta_2}{y_2} \left\{ \frac{4\nu_2}{x} \right\} \left\{ \frac{gx^3 \beta_2 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right\}^{\frac{1}{2}} f_2''(\eta_2) \quad (113)$$

Eq. (112) = Eq. (113) であることから、これを整理する。

$$\mu_1 \nu_1^{-\frac{1}{2}} f_1''(\eta_1) = \mu_2 \nu_2^{-\frac{1}{2}} \{\beta_2 (T_{air} - T_{sf})\}^{\frac{3}{4}} f_2''(\eta_2) \quad (114)$$

Eq. (114) $y_1 = \delta x, \eta_1 = \eta_{1\delta x}, y_2 = 0, \eta_2 = 0$ を入れると最終的に次式と成る。

$$f_2''(0) = \left(\frac{\rho_1 \mu_1}{\rho_2 \mu_2} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \rho_2 (T_{air} - T_{sf}) \right\}^{\frac{3}{4}} f_1'(\eta_{1\delta x}) \quad (115)$$

表1 連立常微分方程式の初期値境界値の総括表

$\tau_1 = \frac{y_1}{x} \left(\frac{gx^3}{4\nu_1^2} \right)^{\frac{1}{4}}$ (38)				
	* $\eta_1 = 0$	Eq	* $\eta_1 = \eta_{1\delta x}$	Eq
f_1	* $f_1(0) = -\frac{1}{3}(g\nu_1^2/4x)^{-\frac{1}{4}}$	(51)	* $\eta_{1\delta x} f_1'(\eta_{1\delta x}) - 3f_1(\eta_{1\delta x})$	(106)
	$\times \frac{dy}{d\tau} \frac{\rho_{ice}}{\rho_1}$	(82)	$= -\frac{(dw/d\tau)/\rho_1}{(g\nu_1^2/4x)^{\frac{1}{4}}}$	(107)
f_1'	* $f_1'(0) = 0$	(79) (48)	$f_1'(\eta_{1\delta x}) = u_{1sf} \frac{1}{2}(gx)^{-\frac{1}{2}}$ δx が求まると求まる。	(96)
f_1''			$f_1''(\eta_{1\delta x})$ は $f_1''(0)$ の式と釣合う	(115)
f_1'''	* $f_1'''(0) = (g\nu_1^2/4x)^{-\frac{1}{4}} f_1''(0) - 1$	(52)		
θ_1	* $\theta_1(0) = 1$	(83)	* $\theta_1(\eta_{1\delta x}) = 0$	(86)
θ_1'	$\theta_1'(0) = \frac{dy}{d\tau} (\rho_{ice} L_{iced} x + B)$ $/\lambda_1(T_{melt} - T_{sf})$	(103)	$\theta_1'(\eta_{1\delta x}) = -\frac{1}{\lambda_1} x \left(\frac{4\nu_1^2}{gx^3} \right)^{\frac{1}{4}}$ $\times h_{melt} \left\{ \frac{T_{air} - T_{melt}}{T_{sf} - T_{melt}} \right\}$	(119)
θ_1''	$\theta_1'' = -3Pr \cdot f_1 \theta_1'$	(55)		(55)
* 印は最初から確定した値 無印は予想される値 空欄は未確定項				
$\eta_2 = \frac{y_2}{x} \left(\frac{g\beta_2 x^3 (T_{air} - T_{sf})}{4\nu_2^2} \right)^{\frac{1}{4}}$ (59)				
	* $\eta_2 = 0$	Eq	* $\eta_2 = \infty$	Eq
f_2	* $u_2 = u_{1sf}$ として Eq. (63) から算出する。	(63)	* $f_2(\infty) = 0$	(92)
f_2'	$f_2'(0) = f_1'(\eta_{1\delta x}) \cdot \{\beta_2(T_{air} - T_{sf})\}^{-\frac{1}{2}}$	(99)	* $f_2'(\infty) = 0$	(92)
f_2''	$f_2''(0) = \left(\frac{\rho_1 \mu_1}{\rho_2 \mu_2} \right)^{\frac{1}{2}} \{\beta_2(T_{air} - T_{sf})\}^{-\frac{3}{4}} \times f_1''(\eta_{1\delta x})$	(115)	* $f_2''(\infty) = 0$	(76)
f_2'''		(76)	* $f_2'''(\infty) = 0$	(76)
θ_2	* $\theta_2(0) = 1$	(89)	* $\theta_2(\infty) = 0$	(93)
θ_2'		(119) (77)	* $\theta_2'(\infty) = 0$	(77)
θ_2''	$\theta_2'' = -3Sc f_2 \theta_2'$	(77)	* $\theta_2'' = -3Sc f_2 \theta_2' = 0$	(77)
M	* $M(0) = 1$	(90)	* $M(\infty) = 0$	(94)
M'		(78)	* $M'(\infty) = 0$	(78)
M''	* $M''(0) = 3Sc f_2 M'$	(78)	* $M''(\infty) = 0$	(78)

10. 融解表面伝熱係数 Eq. (20) の検討

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y_1} \Big|_{y_1 = \delta_x} = h_{melt} (T_{air} - T_{sf}) \quad (20)$$

$$\lambda_1 \frac{T_1}{d\eta_1} \Big|_{y_1 = \delta_x} = - \frac{y_1}{\eta_1} (h_{melt}) \frac{(T_{air} - T_{sf})}{(T_{sf} - T_{melt})} \quad (116)$$

$$\theta_1' (\eta_1 \delta_x) = - \frac{\delta_x}{\lambda_1 \eta_1 \delta_x} h_{melt} \frac{(T_{air} - T_{sf})}{(T_{sf} - T_{melt})} \quad (117)$$

$$\therefore \frac{\partial T_1}{\partial y_1} = - (T_{sf} - T_{melt}) \frac{\eta_1}{y_1} \frac{d\theta_1}{d\eta_1} \quad (118)$$

Eq. (117) を変形して

$$\theta_1' (\eta_1 \delta_x) = - \frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{4\nu_1^2 x}{g} \right)^{\frac{1}{4}} h_{melt} \frac{(T_{air} - T_{melt})}{(T_{sf} - T_{melt})} \quad (119)$$

融解表面伝熱係数 h_{melt} は次式で表わされる

$$h_{melt} = - \theta_1' (\eta_1 \delta_x) \frac{T_{air} - T_{melt}}{T_{sf} - T_{melt}} \left(\frac{g}{4\nu_1^2 x} \right)^{\frac{1}{4}} \lambda_1 \quad (120)$$

$$\text{但し, } \theta_1 = \frac{T_{sf} - T_1}{T_{sf} - T_{melt}}$$

11. 数値計算

先に述べた解析結果から、温度分布速度分布濃度分布などを数値計算によって検討した。それによると相当良い近似で実測値に一致することが確かめられているが、それらについては一般性を持たせるために系統的に整理計算中で、今後の課題としたい。

結 論

本報では従来から未解決となっていた湿り空気中における垂直氷面壁の融解伝熱について、水膜及び湿り空気の流れ速度分布温度分布濃度分布が数値計算法により理論的に求められた。

		記 号	
<i>A</i>	凝縮熱量	<i>kcal/hr</i>	β 体積膨脹係数 $1/^{\circ}\text{C}$
<i>B</i>	氷側の伝導熱量	<i>kcal/m²hr</i>	δ 水膜厚さ <i>m</i>
<i>C</i>	水蒸気濃度	<i>kg/kg'</i>	λ 熱伝導率 <i>kcal/mhr⁰C</i>
<i>C_p</i>	比熱	<i>kcal/kg</i>	μ 粘性係数 <i>kg/m sec</i>
<i>D</i>	拡散係数	<i>m²/sec</i>	ν 動粘係数 <i>m²/sec</i>
<i>f</i>	無次元速度分布関数	—	η パラメータ —
<i>F</i>	無次元速度分布関数	—	ψ 流出関数 —
<i>g</i>	重力の加速度	<i>m/sec²</i>	τ 時間 <i>hr</i>
<i>h</i>	表面伝熱係数	<i>kcal/m²hr⁰C</i>	θ 無次元温度 —
<i>H</i>	絶対湿度 <i>kg/kg'</i> 又は <i>kg_{H₂O}/kg_{dry air}</i>		ϕ 無次元温度関数 —
			ρ 密度 <i>kg/m³</i>

<i>K</i>	物質移動係数	$kg/kg_{H_2O}/kg_{dry\ air}$	<i>Suffix</i>	
<i>L</i>	氷の融解潜熱	$kcal/kg^{\circ}C$	1	水側
<i>M</i>	物質移動無次元関数	—	2	湿り空気側
<i>Pr</i>	プラントル数	—	<i>air</i>	空気側 2 と同意
<i>g</i>	熱流束	$kcal/m^2hr$	<i>ice</i>	水側
<i>Q</i>	伝熱量	$kcal/hr$	<i>film</i>	水膜側
<i>r_w</i>	蒸気の凝縮潜熱	$kcal/kg$	<i>melt</i>	融解面
<i>Sc</i>	シュミット数	—	<i>sf</i>	水膜表面又は気液界面
<i>T</i>	温度		<i>convection</i>	対流
<i>u</i>	<i>x</i> 方向速度分布	m/sec	<i>vap</i>	蒸気側 2 と同意
<i>v</i>	<i>y</i> 方向速度分布	m/sec	δ_x	<i>x</i> 座標の水膜
<i>w</i>	凝縮水蒸気量	kg/m^2	'	一次微分
<i>x</i>	<i>x</i> 方向座標	m	"	二次微分
<i>y</i>	<i>y</i> 方向座標	m	"	三次微分

文 献

- 1) 野澤 氷円柱の融解 化学工学 38 (5) 397~399 (1974)
 - 2) 野澤 垂直氷円柱の融解における自然対流輻射複合伝熱の基礎的研究 化学工学論文集 7 (2) 132~137 (1981)
 - 3) 野澤 垂直氷円柱の融解における水膜厚さと水膜表面伝熱係数 冷凍 51 (580) 81~87 (1976)
 - 4) 野澤 氷円柱の融解 (垂直円管内強制対流における形状変化) 化学工学論文集 2 (6) 632~635 (1976)
 - 5) 野澤 氷円柱の融解 (垂直円管内上昇空気中に置かれた場合) 長崎大教育研報自然 26 (1975)
 - 6) 野澤 湿り空気噴流中におかれた氷円柱の融解に関する実験的研究 化学工学論文集 6 (4) 339~344 (1980)
 - 7) 野澤 湿り空気噴流中におかれた氷円柱の融解におよぼす湿度の影響に関する実験的研究 化学工学論文集 8 (2) 115~120 (1982)
 - 8) 野澤 氷円柱の融解 (横型風胴内における水平氷円柱の伝熱特性) 化学工学論文集 4 (3) 325~327 (1978)
 - 9) 野澤 低レイノルズ数領域における湿り空気による氷円柱の融解伝熱 化学工学論文集 6 (5) 533~535 (1980)
- 注 その他の引用文献は、上記文献 1~9) の中に記されており、ここでは省略した。