



Title	電気回路講義ノート
Author(s)	辻, 峰男
Citation	電気回路講義ノート; 2014
Issue Date	2014-04
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10069/34606">http://hdl.handle.net/10069/34606</a>
Right	

This document is downloaded at: 2019-09-19T06:47:27Z

# 第4章 コイル

電線をぐるぐる巻いたものがコイル(coil)である。コイルの電流が変化すると磁束が変化し、起電力を発生する。本章では、コイルの基本的性質とコイルを含む直流回路を考える。

## ○ 右ねじの法則

図 4-1 の様に電流を流すとその周りに磁気場(磁界, 磁場)ができる。電磁石はこれを利用している。磁界\*を磁束密度  $B$  [T] で表す。回路では  $B$  を集めた磁束  $\phi$  が電圧に直接関係してくる。図は磁束密度  $B$  の力線である磁束線\*\* (lines of magnetic flux) を用いて磁界の様子を示している。磁束密度  $B$  の磁束線は常に閉曲線となり、接線がその点の  $B$  の方向、密度が大きさを表す。

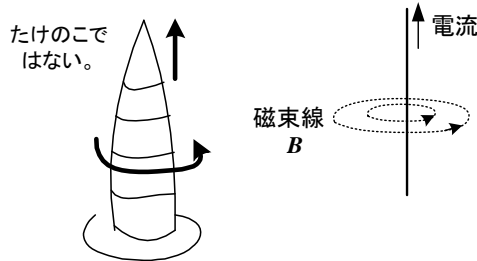


図 4-1 アンペアの右ねじの法則

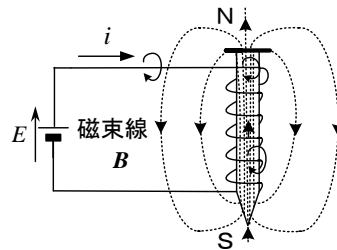


図 4-2 電磁石

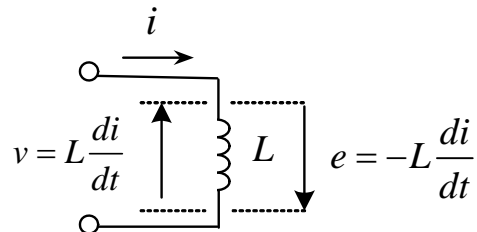
\*磁界(磁場)は磁気場としての広い意味で使う場合と磁界の強さ  $H$  を指す場合がある。

\*\*磁束線を単に磁束(flux)と呼ぶことも多い(電気磁気学: 電気学会)。

## コイルの性質

1. コイルの電圧  $v$  と電流  $i$  の関係は

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (4-1)$$

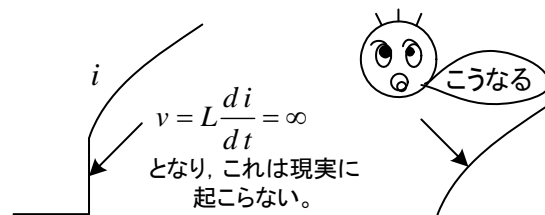


$v$  と  $i$  の矢印を逆向きを選ぶと、

マイナスがつかない。 $e$  は  $i$  と同方向に選んでいるのでマイナスがつく。この  $e$  は誘導起電力を表わす。 $L$  は自己インダクタンス(self-inductance) [H] (henry ヘンリー) と呼ばれ、常に正である。コイルはインダクタとも言われる。 $\psi = N\phi = Li$  ( $\psi$  は鎖交磁束(linkage flux) と呼ばれ、これにより自己インダクタンスが定義される。なお、 $N$  : コイルの巻数、 $\phi$  : 磁束[Wb]である。(4-1)は、ファラデーの電磁誘導の法則から導かれ、コイルの巻き方に関係しない。付録を是非一読して欲しい。

2. コイルの電流は急に変化しない。

すなわち連続的に変化し、ジャンプしない。  
電圧は急に変化することがある。



3. コイルに現時刻  $t$  で電流  $i$  が流れているとき、蓄えられているエネルギー  $W$  は、

$$W = \frac{1}{2} L i^2 \quad [\text{J}] \quad (4-2)$$

導出は  $i(0) = 0$  として、 $W = \int_0^t v i dt = \int_0^t L i \frac{di}{dt} dt = \int_0^t \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L i^2 \right) dt = \left[ \frac{1}{2} L i^2(t) \right]_0^t = \frac{1}{2} L i^2(t)$

### ○ コイルの基本特性

次に、 $RL$ 回路に直流電源を加えたとき、コイルに流れる電流や電圧を求めよう。

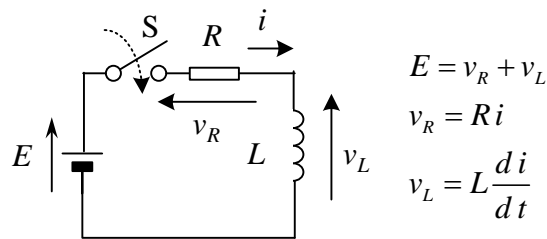


図 4-3  $RL$ 回路

図 4-3 の回路で、 $t=0$  でスイッチ  $S$  をオンした後、成り立つ微分方程式は、

$$E = R i + L \frac{di}{dt} \quad (4-3)$$

となる。よって公式（コンデンサの基本特性参照）より

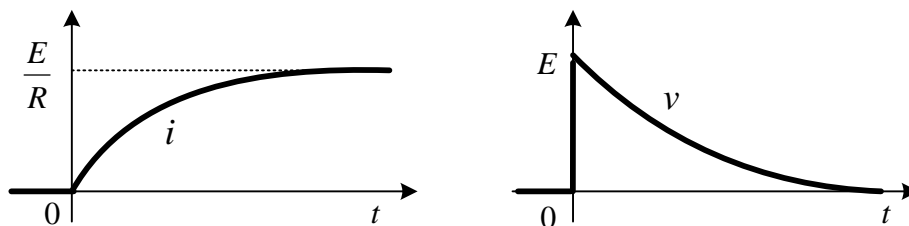
$$i = \frac{E}{R} + A e^{-\frac{R}{L}t} \quad (4-4)$$

スイッチ  $S$  を入れる直前 ( $t = -0$ ) に電流は 0 で、スイッチをオンしても、コイルの電流は急に変化しないので、 $t = +0$  (直後) で、 $i = 0$  より、 $A = -E/R$

故に

$$i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (4-5)$$

よって、 $v_L = L \frac{di}{dt} = E e^{-\frac{R}{L}t}$  (4-6)



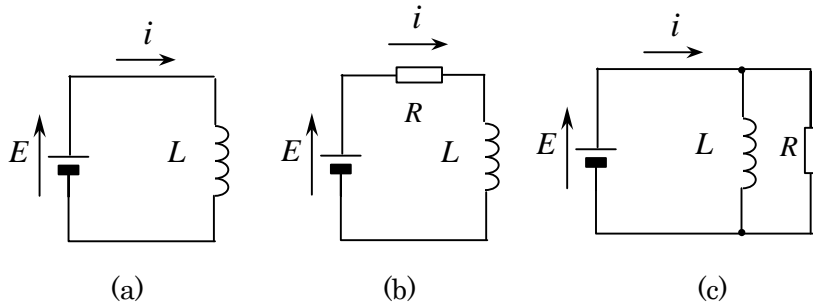
電流波形

コイルの電圧波形

図 4-4  $RL$ 回路の過渡応答波形

コイルには、電流の急な変化を抑える働きがある。最初電流が流れていなければ、スイッチをオンした直後、コイルは電流を流さない。時間が十分経過すると、コイルの電圧は0となり、コイルを導線と考えて電流が求まる。これは、あくまで直流に対しての話である。

問題1 図の回路で、直流電圧を加え、時間が十分経過したときの電流を求めよ。



(解) (a)  $E = L \frac{di}{dt}$  を解いて、 $i = i(0) + \frac{E}{L}t$  となり、 $i(\infty) = \infty$  この回路は実際には使えない。

実際のコイルには、電線の小さな抵抗があり、また電池の内部抵抗もあって(b)と等価になる。

(b)  $i(\infty) = E/R$  となる。 (c)  $i = i(0) + \frac{E}{L}t + \frac{E}{R}$  この回路も実際には使えない。

## ○ コイルを含む直流回路

以下のことを知っていれば、コイルを含む直流回路で、スイッチを入れた直後 ( $t = +0$ ) とスイッチを入れて時間が十分に経過したときの、いろいろの値を求めることができる。

ここで初期電流とは、スイッチをオンする直前 ( $t = -0$ ) の電流のことである。

### コイル

スイッチを入れた直後

: コイルの電流は急に変化しないので、初期電流が0の場合には電流は流れない(絶縁体のように)。初期電流が流れている場合にはその値から変化し始める。これは交流でも成立する。なお、コイルの電圧は急変することがある。

スイッチを入れて十分時間が経過したとき

: コイルの電流は一定値になるので、コイルに生じる電圧は0となる。よってコイルを導体に置き換えて問題を解ける。ただし、電源(電圧源または電流源)が直流か、または電源がない場合で、回路に抵抗が含まれている場合\*に限る。よって、交流では成立しない。

\* たとえ直流電源が見つからないであっても、LCだけからなる回路では、いつまでも振動が続き一定にならない。また、例え抵抗があっても、問題1(c)の様な場合には成り立たない。

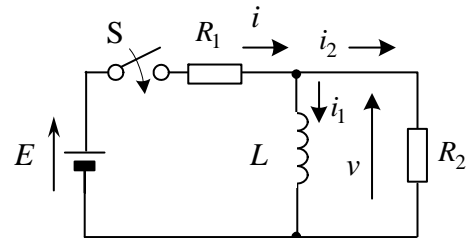
問題 2 図の回路で、スイッチを入れた直後および時間が十分経過してからの各部の電圧、電流、及びコイルに蓄えられているエネルギーを求めよ。ただし、スイッチを入れる直前のコイルの電流は 0 とする。

(解) スイッチを入れた直後、コイルの電流は急に変化しないので、

$$i_1 = 0 \quad (\text{電流が流れないから } L \text{ 省く})$$

$$i = i_2 = \frac{E}{R_1 + R_2}, \quad v = R_2 i_2 = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}$$

$$\text{コイルのエネルギー } W = \frac{1}{2} L i_1^2 = 0$$

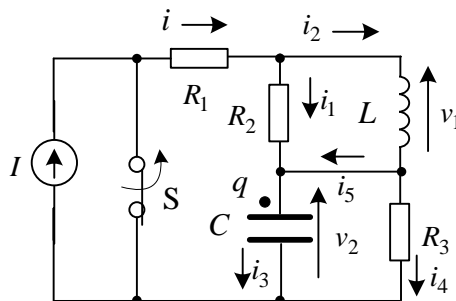


スイッチを入れて時間が十分経過してからは、直流回路ではコイルの電圧は 0 となる。

$$v = 0 \quad \therefore i_2 = \frac{v}{R_2} = 0$$

$$i = \frac{E - v}{R_1} = \frac{E}{R_1}, \quad i_1 = i = \frac{E}{R_1}, \quad W = \frac{1}{2} L i_1^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1}\right)^2$$

問題 3 電流  $I$  の直流電流源に接続された図の回路で、スイッチ  $S$  を開いた直後および時間が十分経過してからの各部の電圧、電流、電荷を求めよ。ただし、スイッチを開く前、回路は定常状態であったとする。



(解) スイッチ  $S$  を開く前、電流源が短絡されているから電流  $I$  はスイッチのみを流れて流れ、回路が定常状態であるので、図中の電圧、電流、電荷は全て 0 である (電源からエネルギーが供給されないのいずれ 0 となるから)。

スイッチ  $S$  を開いた直後、コンデンサの電荷とコイルの電流は急変しないから

$$q = 0, v_2 = 0 \quad \therefore i_4 = \frac{v_2}{R_3} = 0$$

$$i_2 = 0, i_5 = i_2 - i_4 = 0, i = i_1 = i_3 = I, \quad v_1 = R_2 i_1 = R_2 I$$

$$(v_1 = L \frac{di_2}{dt} \text{ は常に成立し, } i_2 = 0 \text{ だから } v_1 = 0 \text{ としてはいけない。} i_2 = 0 \text{ は瞬間的})$$

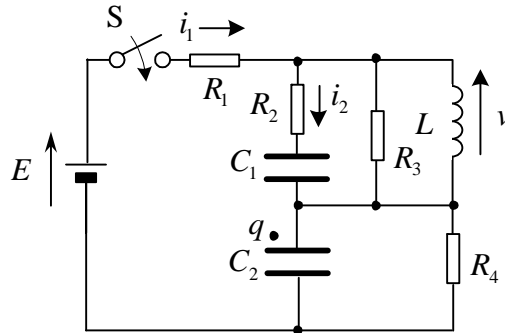
スイッチを開いて時間が十分経過してからは、並列に抵抗  $R_3$  があるので、コンデンサに電流は流れず、回路から除いて考える。また、コイルの電圧は 0 である。

$$v_1 = 0 \therefore i_1 = \frac{v_1}{R_2} = 0$$

$$i_3 = 0, i_5 = i_3 - i_1 = 0, i = i_2 = i_4 = I$$

$$v_2 = R_3 i_4 = R_3 I, q = C v_2 = C R_3 I$$

問題4 図の回路で、スイッチを入れた直後および時間が十分経過してからの、図中に定義された電圧  $v$ 、電流  $i_1$ 、 $i_2$ 、電荷  $q$  を求めよ。ただし、スイッチを入れる前のコンデンサの電荷とコイルの電流は 0 とする。



(解) スwitchを入れた直後、コイルの電流は 0、コンデンサの電圧は 0 である。よって、 $R_4$  の電圧は 0 で電流は流れない。

$$q = 0 \quad i_1 = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{(R_2 + R_3)E}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \quad i_2 = i_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_3 E}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

$$v = R_2 i_2 = \frac{R_2 R_3 E}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

スイッチを入れて時間が十分経過した後、コンデンサの電流とコイルの電圧は 0 となる。

$$i_2 = 0, v = 0, i_1 = \frac{E}{R_1 + R_4}, \quad q = C_2 R_4 i_1 = \frac{C_2 R_4 E}{R_1 + R_4}$$

## ○ 相互誘導

図 4-5 の様に、鉄心<sup>てっしん</sup>に 2 つのコイルを巻いた変成器 (変圧器) を考える。電流  $i_1$  が流れると、巻数  $N_1$  のコイル 1 (一次巻線) によって磁束  $\phi_1$  ができる。磁束  $\phi_1$  は、鉄心を通して、巻数  $N_2$  のコイル 2 (二次巻線) の中を通る。電源電圧を変化させて電流  $i_1$  を変化させると、電流  $i_1$  が作る磁束が変化し、電磁誘導の法則によって、コイル 2 にも誘導起電力が生じる。これを、相互誘導 (mutual induction) と呼ぶ。相互誘導による図の電圧  $v_2$  は、次式で与えられる。

$$v_2 = M \frac{di_1}{dt} \tag{4-7}$$

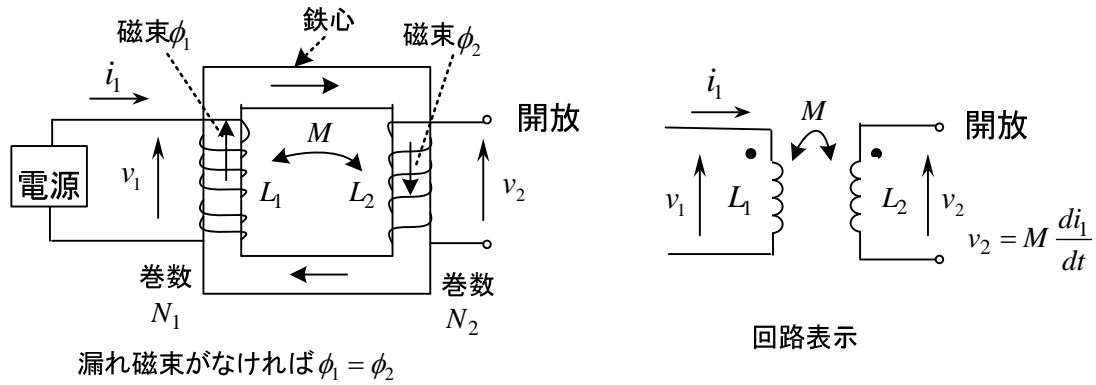


図 4-5 変成器とその回路表示（二次側開放の場合）

ここで、 $M$  を**相互インダクタンス**(mutual inductance)[H]と呼ぶ。

図中の  $\bullet$  印は、相互インダクタンス  $M$  についての式を立てる場合に関係し、**自己インダクタンス**  $L_1, L_2$  には関係しない。 $\bullet$  印からコイルに入る方向に電流  $i$  を定義すると、**相互誘導**によって相手方のコイルの  $\bullet$  印に電圧の矢印の矢がある向きに  $M(di/dt)$  が生じるものと定義する。詳細は第 10 章で述べる。自己インダクタンスは常に正であるが、相互インダクタンスは正とは限らない。図 4-5 の場合は、相互インダクタンスは正である。

(4-7)が成り立つのは、コイル 2 に何もつないでいない場合(開放)で、図 4-6 のように抵抗などをつなぐと電流  $i_2$  が流れ、コイル 2 に**自己誘導**  $L_2$  による電圧が発生すると同時にコイル 1 にコイル 2 の電流  $i_2$  による相互誘導の電圧が発生する。鉄心中の磁束は電流  $i_1$  と電流  $i_2$  で作られる。

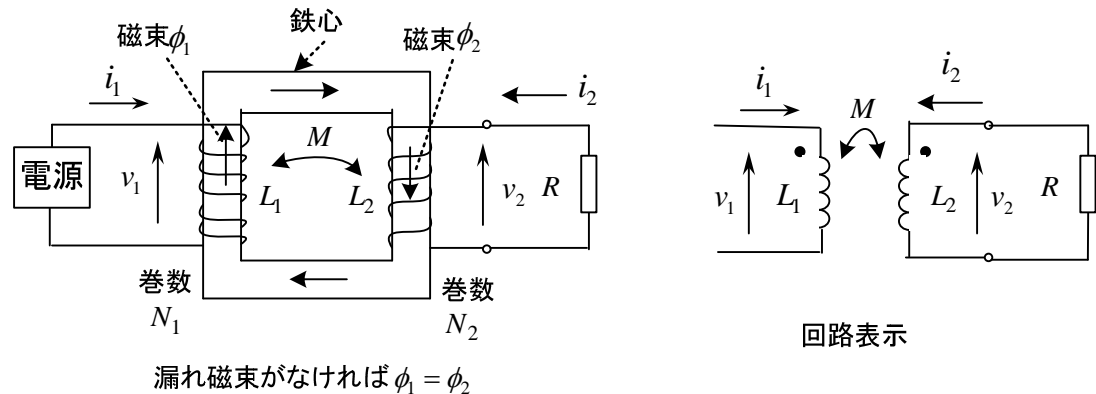


図 4-6 変成器とその回路表示（二次側に負荷を接続の場合）

この場合次式が成立する。 $i_2$  は図と反対向きに定義してもよいが、その時は  $i_2$  の項に - がつく。

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = N_1 \frac{d\phi_1}{dt}, \quad N_1 \phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 : \text{コイル 1 の鎖交磁束} \quad (4-8)$$

$$v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_2}{dt}, \quad N_2 \phi_2 = M i_1 + L_2 i_2 : \text{コイル 2 の鎖交磁束} \quad (4-9)$$

磁束が鉄心の中だけを通り、空气中に漏れなければ  $\phi_1 = \phi_2$  ( $L_1 L_2 = M^2$ ) が成立する。