



Title	電気回路講義ノート
Author(s)	辻, 峰男
Citation	電気回路講義ノート; 2014
Issue Date	2014-04
URL	http://hdl.handle.net/10069/34606
Right	

This document is downloaded at: 2019-09-18T07:41:26Z

あとがき

一番の時間の浪費は先延ばしにある。

————— ヒルティ

あなたがしなければならないことは、自分で考える、ということだけです。

————— ラムサ

ある人は、自分はだめな人間だと感じてしりごみしてしまう。

一方、ある人は、次々と失敗を繰り返しながら、大きく成長してゆく。

————— ヘンリー・C・リンク

ここにストレスに対処するための二段階の処方がある。

第一ステップ、小さなことにくよくよするな。

第二ステップ、すべては小さなことであるのを忘れるな。

————— アンソニー・ロビンズ

この世に、不屈の精神にまさるものはない。

才能ではない。

才能に恵まれながら、成功できない人はいくらでもいる。

天才でもない。

報われない天才というのは、ほとんど決まり文句になっている。

教育だけでもだめだ。

学歴のあるおちこぼれはそこら中にいる。

不屈の精神と決心だけが全能なのだ。

————— カルビン・クーリッジ

人間は力が不足しているのではなく、強い意志に欠けているのだ。

————— ヴィクトル・ユーゴー

人生はいつも「今から」～一歩一歩登りつづければ頂上に立てる。

————— 三浦 雄一郎 (80歳エベレスト登頂)

為せば成る、為さねば成らぬ何事も、成らぬは人の為さぬなりけり。

————— 米沢藩主 上杉鷹山ようざん

過ぎたことを後悔するな。未来のことで悩むな。

今できることをあきらめないでやってみる。

————— 辻 峰男

新入生諸君おめでとう。長い受験戦争にピリオドを打った御感想はいかがですか？ウサギ型の諸君は、もう講義の心配やクラブの選択で気もそぞろでしょうし、キャンパスが狭くて建物が貧弱なのに少し失望しているでしょう。一方、カメ型の諸君はヤレヤレどっこいしょと腰をおろし、これまで我慢を重ねてきた“本当にやりたかったこと”をどうやって充足しようかと舌なめずりしていることでしょう。バタバタ主義であれ、ユックリズムであれ、自分の個性をよくわきまえて、それに見合った大学生活を設計することは入学第一歩にあたって大切なことです。

社会生活をしている限りストレスをなくすことは出来ません。大学生なら、試験とカリポート、ゼミの発表などが大きなストレスです。このほかにも学友やクラブ活動仲間とのトラブル、失恋、先生との対立など心理的負担は少なくありません。それには、最初に述べた自分の個性、性格を良く見て生活の歩幅を決めると同時に、何事によらず悩みを明日へ持ち越さない習慣をつけることです。人生にはいろいろな苦痛や裏切りなど厭^{いや}な思いが絶えません。これにいつまでもこだわり続けていれば、全身が怒りと恨みの固まりになってしまいます。過ぎ去ったことにこだわらず、さらりと忘れてしまうのがストレスを減らすコツなのです。

先日、機会があって直木賞作家の渡邊^{わたなべじゅんいち}淳一氏の話がうかがいました。氏は御承知のように札幌医科大学の整形外科講師から百八十度転換して職業作家を目指した異色の経歴を持つ方です。上京した当初の苦しい新人時代、三十人近い志^{こころざし}を同じくする新進気鋭^{しんしんきえい}の仲間の人たちと月に一度会合しては励ましあったり、情報を交換していたそうです。ところが二十年近く経った今、作家として一応名を成した人はその中のほんの一握りの六、七名に過ぎないそうです。氏によると、文学的才能、ひらめきなどとも氏が足元にも及ばないと兜^{かぶと}を脱いでいた人たちでも大半は途中で消えていったそうです。脱落した人たちに共通の特徴は、相次ぐ出版社からの原稿の返却や先輩作家の針をふくんだ批評などに耐え切れないようなデリケートな神経の持ち主ばかりだったそうです。これに反して生き残った人たちは、同じ自棄酒^{じきしゅ}を飲んででも、始めは自分の才能のなさを悲観してますが次第^{しだい}にその編集者や先輩作家を「こん畜生め」と毒づき出すそうです。そして翌朝はケロリとして、「なあに、俺の才能を認識できないあいつ等が間違ってるんだ」と結論づける一種のふてぶてしさ、図々しさに近い自尊心を持った人たちだったようです。

この話には一面の真理がふくまれています。私のまわりを見ても、教授や先輩の叱責^{しっせき}に深く傷ついて大学を去っていった人たちが何人かいます。もちろん「すべて、叱った人が悪くて自分が正しいと思え」などとは決して申しません。反省すべき点があればこそ叱責されたのでしょう。

要は、こちらの受け止め方です。反省が自己卑下、悲観、逃避などへ連鎖反応を起こすタイプの人は、今のストレスだらけの社会では大成しません。反省の後に、「何くそっ」という負けじ魂^{たましい}が首をもたげてくるような逞^{たくま}しさ、不愉快な部分だけは翌日ケロリと忘れてしまうような図々しさは、諸君のこれからの学生生活で時には役に立つ心構えだと思います。

何だか、入学早々の諸君に、不逞^{ふてい}のすすめを説いているようで気が引けますが、五月病を防ぐ一助にでもなればと念じ、あえて取り上げた次第です。おめでとう新入生諸君。

最初から、1行1行納得するまで考えて読み進めて下さい。

また、例題や問題は、実際に自分で鉛筆を持って解いて確かめましょう。

そうすれば、“考えることの楽しさ”を味わえ、実力もつきます。

この講義ノートで著者の40年以上に亘るノウハウを伝授したいのです。特に、これまでの講義の経験から、理解しにくいところや誤りやすいところを丁寧に述べています。しかし、決してレベルを低くしている訳ではありません。これらの点は、他の教科書にはない特徴とっております。この講義ノートを作るために費やした時間は、莫大なものです。この講義ノートは、将来必ず役に立ちます。信じてください。例えば、電子回路、電気電子計測、電気機器、パワーエレクトロニクス、自動制御、電力システム、通信、電磁気学などの分野の基礎として、各種実験の基礎として、大学院入試、就職試験、資格試験、塾や家庭教師で教える物理、実際の仕事、家庭電気の常識として等々です。後で気がついて、別の本を買って読んでも、時間がかかり、苦勞します。一度勉強したテキストは、後で使うとすぐに理解が得られます。どうか、捨てたり、人に譲ったりしないで一生可愛がって下さい。なお、接着力が弱いので完全に開かず途中で紙を折り曲げて下さい。

参考文献

- (1) 大野克郎：大学課程 電気回路（1）（オーム社）
- (2) 尾崎弘：大学課程 電気回路（2）（オーム社）
- (3) 大野克郎：現代過渡現象論（オーム社）
- (4) 大木眞二郎：詳解電気回路演習 上，下（共立出版）
- (5) 野中作太郎：電気機器[I]（森北出版）
- (6) 山本義隆：新・物理入門（駿台文庫）
- (7) 松原正則：最新電磁気学 電気回路と磁気回路（昭晃堂）

(1)(2)は、筆者が大学時代に学んだ教科書で、この講義ノートでも多くの箇所でも参考にして頂いた。現在でも、筆者が最も信頼している教科書です。参考書として購入するならば、この本を薦めます。(3)は過渡現象全般について分布定数回路を含め詳しく述べてある。(4)には多くの例題があるので自分の考え方で解いてみることを勧める。(5)は名著で変圧器も参考になる。(6)は是非読んで欲しい物理の入門書で電磁気も詳しい。高校生（予備校生）のために書かれているが、大学で学ぶ内容も含まれている。(7)は電気回路と電磁気学の関係が詳しい。

最後に、貴重なご指摘を頂いた竹中隆教授、中野正基教授、石塚洋一准教授に感謝致します。また、本稿の図面作成、原稿入力にご協力頂いた浦憲一郎氏に深謝します。

付録

○ 電磁気学と電気回路の関連

マクスウェルの方程式

微分形

(空間の各点で物質に関係なく、ある時間に成立)

① $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ①

面積分, ストークスの定理

変位電流: 電波

電流が流れる点は回転する磁界(渦)の発生源となる。

② $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ②

磁束密度の時間変化がある点にはそれを打ち消すように誘導電界の渦が生じる。

$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$

\mathbf{v} で動く点で観測される電界

③ $\text{div } \mathbf{D} = \rho$ ③

体積分, ガウスの定理

正電荷がある点は電束の湧き出し口。

③は①と⑤から導ける(物理条件入れて)。

④ $\text{div } \mathbf{B} = 0$ ④

磁界の湧き出し口(磁荷)は存在しない。

④は②から導ける(物理条件入れて)

①, ④からビオサバールの法則が導ける。

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \int_c \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

ρ は自由電荷密度
例: コンデンサの電荷
導体中では $\rho = 0$
動く電子と対応する陽子の和が0

連続の式

⑤ $\text{div } \mathbf{i} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

物質の式

$$\int_S (\mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

キルヒホッフの第1法則

$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$

$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ (永久磁石の様に成立しない物質もある)

$\mathbf{E}_{cd} + \mathbf{E}_d = \frac{\mathbf{i}}{\sigma}$ ← 電池内部

オームの法則(電池の場合)
コイル, 動く導体も同様

電荷に働く力

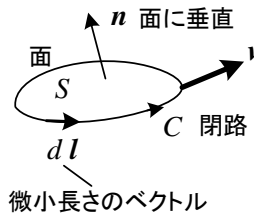
$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ → $\mathbf{F} = l q N \mathbf{v} \times \mathbf{B} = l \mathbf{I} \times \mathbf{B}$

ローレンツ力

電流(動く電荷)に働く力
フレミングの左手の法則

ヘルムホルツの定理: $\text{div } \mathbf{A}$ と $\text{rot } \mathbf{A}$ が与えられると場 \mathbf{A} は一義的に決る。
 \mathbf{A} は各源だけがあるとして(他方を0とおき)求めた解の和 $\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2$ になる。

①と②の場合



閉路の一部が速度 \mathbf{v} で動くこともある。

C と n は右ねじの関係

①の場合 \mathbf{v} は0とする。

積分形

(ある面と閉路で成立)

変位電流を無視のとき

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) \cdot \mathbf{n} dS (= \sum n_i I_i)$$

アンペアの周回積分の法則

閉路 C に生じる誘導起電力

$$V_e = \int_C \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = -\frac{d\phi}{dt}$$
 ファラデーの電磁誘導の法則

$$= -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{n} dS + \int_C \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$$

速度起電力
変化する磁束による起電力
変圧器起電力
動く物体に誘起する起電力

暗示

フレミングの右手の法則

$$V_e = l \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

ガウスの法則

$$\int_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \rho dv = Q$$

真電荷
閉曲面(球とか)
 S が囲む全体積で集める。

$$\int_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = \frac{Q}{\epsilon}$$

クーロンの法則

$$\int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

磁束は連続

②' \mathbf{E}_c : クーロン電場(電荷が作る)(保存場)

$$\text{rot } \mathbf{E}_c = \mathbf{0} \quad \int_C \mathbf{E}_c \cdot d\mathbf{l} = 0$$

電位差(電圧) $V_{BA} = -\int_A^B \mathbf{E}_c \cdot d\mathbf{l}$ は道筋によらず一定

電位 $V = -\int_{\infty}^P \mathbf{E}_c \cdot d\mathbf{l}$, $\mathbf{E}_c = -\text{grad } V$

起電力は非クーロン電場の線積分である。一方電位差はクーロン電場の線積分である。けれど内部抵抗を無視すれば($\sigma = \infty$)起電力と電位差は等しくなる。

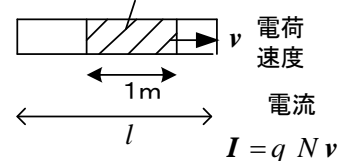
$\mathbf{E}_c = \mathbf{E}_{cR} + \mathbf{E}_{cC} + \mathbf{E}_{cL} + \mathbf{E}_{cd} + \mathbf{E}_{cv}$: クーロン電場

$\mathbf{E}_s = \mathbf{E}_L + \mathbf{E}_d + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$: 非クーロン電場

抵抗 コンデンサ コイル 電池 動く導体
 $\mathbf{E}_{cR} + \mathbf{E}_{cC} + \mathbf{E}_{cL} + \mathbf{E}_L + \mathbf{E}_{cd} + \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_{cv} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$: 電界
全電界の閉回路に沿って1周積分すると
→ キルヒホッフの第2法則

抵抗, コンデンサ, 内部抵抗
電圧 = 起電力の和

電荷 q が N 個



$$I = q N v$$

→ キルヒホッフの法則
2つの法則が対応

前ページの図は“ごちゃごちゃして分かりにくい”と思うであろう。しかし、世界地図を見て日本が分かるように、電磁気学を勉強するとき羅針盤となろう。

記号 D : 電束密度 [C/m²], E : 電界の強さ [V/m], B : 磁束密度 [T]
 H : 磁界の強さ [A/m], i : 電流密度 [A/m²], F : 力 [N], v : 速度 [m/s]
 ρ : 電荷密度 [C/m³], Q : 閉局面内の電荷 [C], ϵ : 誘電率 [F/m]
 μ : 透磁率 [H/m], σ : 導電率 [S/m]

ベクトルは空間の各点で、大きさだけでなく、向きを持った量である。これに対し、空間の各点で**1つの成分**しかない量は**スカラー**と呼ばれる。

回転(rotation)(うずの発生源) $\text{rot } A = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$ ベクトル

$\text{rot } A$ は、考える点で A が回転している(うずを作っている)程度を表す。 $\text{rot } A$ は考える点にうずで回る極小の水車を入れたときの最も速く回る軸方向を向き、大きさは回す力のイメージ。電流の周りに磁界 H ができても電流が流れていない点の $\text{rot } H$ は0である(変位電流無視の時)。

発散(divergence) (水の湧き出し) $\text{div } A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ スカラー

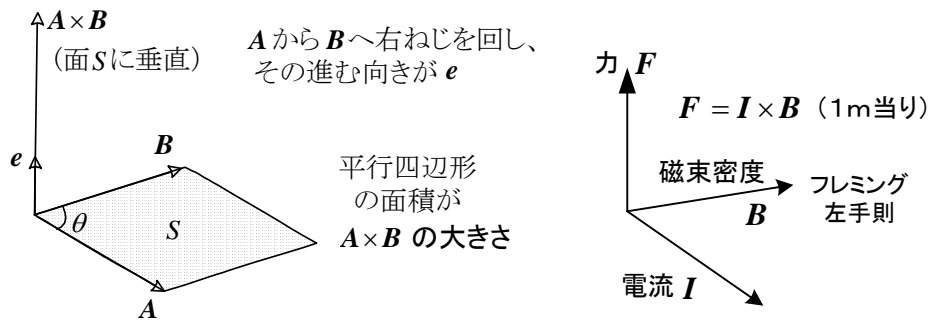
$\text{div } A$ は、考える点で A が矢として四方八方に飛び出す本数で、入るものは引く。電荷が存在する点でしか値はなく、たとえ電荷があってもその周りの点は0である。

勾配(gradient) $\text{grad } V = \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right)$ ベクトル 考える点で スカラ V の傾き

内積 $A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = |A||B| \cos \theta$ スカラー A と B が同じ向きするとき最大

大きさ(絶対値) $|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$ スカラー ベクトル

外積 $A \times B = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x) = |A||B| \sin \theta e$



覚え方 ① エッチ (H) な頭の回転(rot)は愛(i)をダメ (D) にすると (t)。

② 胃 (E) の回転(グルグル)は、ビタミン (B) 使って (t) マイナスに(減らす)。

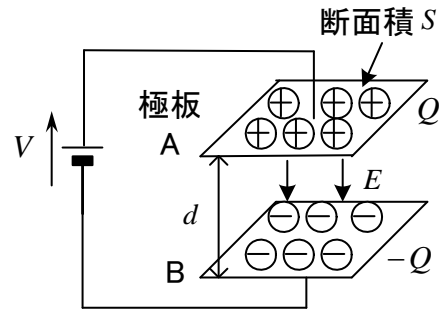
(これは辻が大学生のとき作ったもの)

* 電磁気学は、高校までの物理と比べて新しい記号が多く、誰でも難しく感じるものである。しかし、よく見ると、偏微分(微分するとき他の変数は固定して考える)と線積分(線の上のお金を集める)、面積分(面の上のお金を集める)、体積分(貯金箱の中のお金を集める)で何とかなる。一様にお金が分布していたら線、面、体積を掛けるだけでよい。高校で習った積分は線(x軸)上のお金(yの値)を集めた線積分である(違いは dx には正負があるが dl は常に正)。お金は負にもなる(お金が取られるときでも考えよ)。

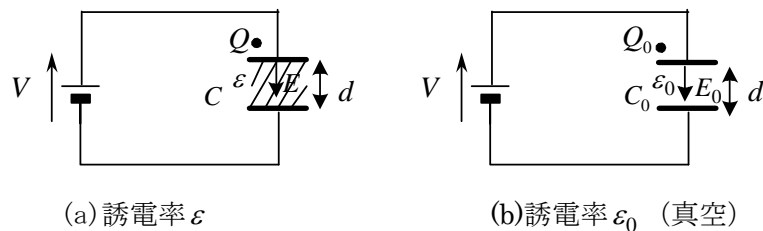
コンデンサの話

○ 静電容量

2枚の金属板 A,B に、電圧 V を印加すると、極板に電荷がたまる。電荷がたまるということは、金属の中にある自由電子が、多くなったり（マイナスに帯電）、少なくなったり（プラスに帯電）することである。これらの電荷によって、コンデンサの中には、**クーロン電界**(電場)が生じる。この向きは、プラスの電荷からマイナスの電荷の向きである。コンデンサの中にできる電界 E は、極板が広いとどこでも同じであり、極板間の電圧 V と $V = Ed$ の関係がある（この式は、 E がどこでも一定のときしか成り立たない）。コンデンサの容量 C [F] は、極板の面積 S [m²]、極板間の距離 d [m]、極板間に挿入する絶縁物の誘電率(permittivity) ϵ (イプシロン) で決まり、 $C = \epsilon S / d$ と表せる。真空中の誘電率を ϵ_0 で表すと、**比誘電率**(relative permittivity) ϵ_r は $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ で定義される。コンデンサの電荷と電圧には、 $Q = CV$ の関係があるから、以上の式より $Q = CV = \epsilon SE$ 従って、電界と電荷の関係は $E = Q / (\epsilon S)$ であたえられる。



問 図の回路で、コンデンサの極板間に誘電率 ϵ の絶縁体を挿入したとき、真空中に比べて静電容量は何倍になるか。また、極板間の電界の強さは何倍になるか。



(解) 極板の断面積を S 、極板間の距離を d とすると、

(a) $C = \epsilon S / d$ (b) $C_0 = \epsilon_0 S / d$

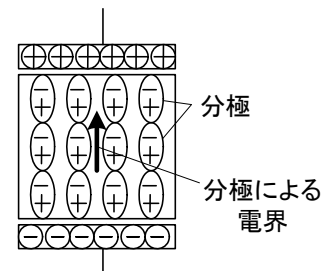
よって、 $C = \epsilon_r C_0$ すなわち、静電容量は、比誘電率 ϵ_r 倍になる。比誘電率は空気では 1.00054、雲母で 7、磁器で 6~10、セラミック(酸化チタン)で 16~100 である。すなわち、雲母を入れると容量 C が 7 倍になる。電荷は、次式の様に比誘電率倍になる。

(a) $Q = CV$ (b) $Q_0 = C_0 V$

電界の強さは、この場合電圧が一定に保たれているから、変わらない。

(a) $E = V / d$ (b) $E_0 = V / d$

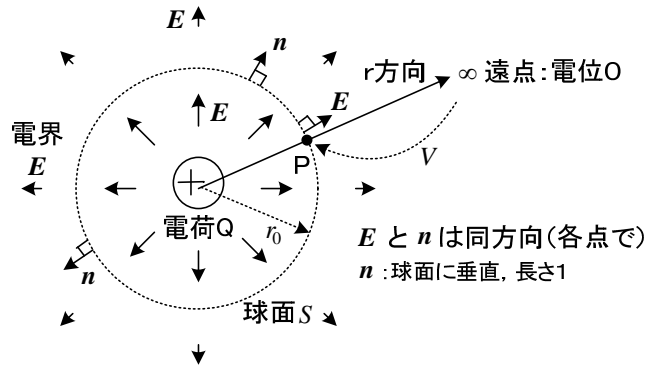
絶縁体を入れると分極をおこし、電界を妨げる。この問題では電圧が一定であるから、同じ電界にするために、極板の電荷が増える。よって、絶縁体を入れると、電荷が多いたまるので、より強力なコンデンサとなるのである。



○ 電界、電位、電圧の関係

図の様に金属球面上(ボールみたいな)に一様に分布した電荷 Q (正とする) により、誘電率 ϵ の物質中に電界ができています。電界は電荷から遠いほど弱くなり、無限遠点では 0 である。半径 r_0

の球面 S をとると、電界の大きさは、対称性より球面上ではどこでも同じで、向きは球面に垂直で n 方向と一致すると考えてよからう。 S 上の点 P の電界をガウスの法則を使って求めてみよう。ガウスの法則の面積分は単に球の表面積を掛ければよいので、 $E = |\mathbf{E}|$ とおいて



$$\int_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S |\mathbf{E}| |\mathbf{n}| \cos 0 dS = \int_S E dS = 4\pi r_0^2 E = \frac{Q}{\epsilon} \quad ①$$

$$\therefore E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_0^2} \quad ②$$

となる。もし、 P 点に電荷 q があれば、それに働く力 F [N] は

$$F = qE = \frac{qQ}{4\pi\epsilon r_0^2} \quad ③$$

であり、これは**クーロンの法則**(Coulomb's law)と呼ばれる。

次に電圧、電位について考える。

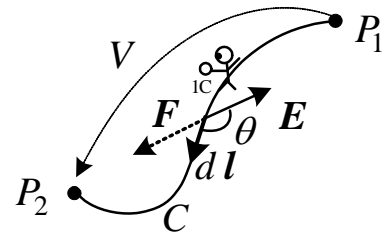
P_1 点を基準とした P_2 点の電圧 V は、次式で定義される。

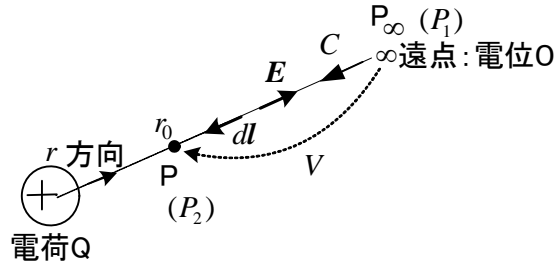
$$V = \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = - \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad ④$$

これは、1クーロンの電荷を P_1 から P_2 点まで運ぶのに必要なエネルギーを表す (このために加える力 \mathbf{F} は、1クーロンの電荷が電界から受ける力の逆方向で $\mathbf{F} = -1 \times \mathbf{E} = -\mathbf{E}$ となる)。④式は線積分と呼ばれ、決められた積分路 C について $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ を集めたものである。 $d\mathbf{l}$ は C の接線方向を向いており、微小長さ dl (P_1 から P_2 への積分で P_1 からの距離 l の微小量なので常に正) のベクトルである。 $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ は、電界の C 方向成分に dl を掛けたもので、

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = |\mathbf{E}| |d\mathbf{l}| \cos \theta = E \cos \theta dl \quad ⑤$$

となり、 dl 間の小さな電圧を意味する。仮に、 $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ が路 C に落ちているお金なら、これを路上で集め、総額いくらになるかを表すのが線積分である。一様にお金が落ちていたら、お金 \times 道のりで総額 (線積分) が求まる。一般には、路 C の形が違おうと積分値も違ってくる。しかし、電荷が作る電界を考えると、路 C の選び方に関係なく P_1 点と P_2 点だけで積分値が決まる。これは、どんな道を通っても、登った高さだけ位置エネルギーが増えることと似ている。高校で習う積分は x 軸に落ちているお金 (y の値) を集めた線積分と考えてよい。 y が負ならお金を落としたと考える。ただし、 $dl > 0$ なのに対し、積分範囲のとり方で dx は正または負と考えられる点は異なる。





次に**電位**を求める。電位とは、 P_1 点を無限遠点としたときの電圧である。 P_2 点をP点にとり、路Cがどんな曲線でも電位は等しいから、これらを結ぶ直線とする。

$$\text{図より, } \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = |\mathbf{E}| |d\mathbf{l}| \cos \pi = -E dl \quad \text{⑥}$$

よって $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} < 0$ である。P点の電位は、

$$V = -\int_{P_1}^{P_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{P_2}^{P_1} E dl \quad \text{⑦}$$

dl の代わりに dr を用いると、 $r: \infty \rightarrow r_0$ へ積分することになり、このとき $dr < 0$ と考え、 $dl = -dr$ とおける。故に、無限遠点を基準としたP点の電位 V は、次式となる。

$$V = -\int_{\infty}^{r_0} E dr = -\int_{\infty}^{r_0} \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} dr = \left[\frac{Q}{4\pi\epsilon r} \right]_{\infty}^{r_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_0} \quad \text{⑧}$$

$E dr$ は、 dr 間の電圧を意味し、これを集める(積分する)ことによって無限遠点とP点間の電圧すなわち電位になる。平行板コンデンサのように電界 E がどこでも一定なら単純に長さを掛ければよいが、 E が r によって違うため積分をしないとイケなくなる。

コイルの話

○ でんじゆうどう 電磁誘導の法則(law of electromagnetic induction)

“電気を発生させてください”と言われたら、“そんなことは自分にはできない”という人がほとんどだろう。しかし、実は以外に簡単に電気を作れる。磁石と電線を準備し、電線をぐるぐる巻いてコイルを作り、そのコイルに磁石を素早く近づけるだけでよい。立派にコイルに電気(起電力)が発生する。磁石が作る磁束密度 \mathbf{B} (磁界)の向きは、N極からS極に向かう向きと決められている(永久磁石の中では \mathbf{B} の磁束線はS極からN極を向き連続である。磁界の強さ \mathbf{H} の磁力線は永久磁石の外は \mathbf{B} と同方向だが磁石の中では逆を向くので注意)。図1に示すように、磁石を近づけたり遠ざけたりすると、磁界がコイルの中で変化し、誘導起電力が発生する。これは、ファラデーにより発見され、**電磁誘導の法則**と呼ばれる。なお、コイルの中の磁界が変化しないとイケないので、磁石を静止させた状態では誘導起電力を生じない。**誘導起電力**(electromotive force 略 emf) e [V]は、磁石がコイルを貫く**磁束** ϕ [Wb] (ファイウエーバ) (magnetic flux)の時間変化すなわち微分に比例し、コイルの巻数 N にも比例する。すなわち、

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \quad \text{①}$$

で与えられる。この負号には磁束の変化を妨げる向きに起電力が発生するというレンツの法則が込められている。ただこの定義だけでは曖昧である。まず誘導起電力 e の矢印(測定する向き, 正の向きともいう)は, 磁束 ϕ の測定の向き(法線ベクトル n の向き, 磁束の定義参照)に右ねじを進めるとき, ねじの回る向きにコイル上にとる。図1のように開放した端子の場合, 誘導起電力 e は, コイル端子での電圧 v (磁束 ϕ の向きに進むねじの回る向きにコイルをなぞり, その出口に矢をとる) と等しくなる ($e = v$) *。図1では, (a)の場合磁束が増えるので $d\phi/dt > 0 \therefore e = v < 0$, (b)の場合磁束が減るので $d\phi/dt < 0 \therefore e = v > 0$ となる。

*誘導起電力は変化する磁場が作る電界(非クーロン電界)の線積分だが, 電圧は電荷が作るクーロン電界(静電界)の線積分である。図のように端子を付けると端子部分に電荷が生じクーロン電界を作るので電圧が定義できる。電流が流れないとき両電界は打ち消すので $e = v$ となる。

起電力は等価な電池として図1のように考えよう。 v' の様に v と逆向きに電圧の矢印を定義すると $v' = -v$ で $v' = Nd\phi/dt$ となる。等価な電池の負極から正極に向けた向きを実際の誘導起電力の向きということがある(起電力は流そうとする電流の向きだが, 都合良く正となる電池の電圧の矢印の向きと一致する)。実際のをつけないで単に“起電力の向き”ということもあり, “起電力 e の正の向き”と混同しやすい。前者は等価な電池の向き, 後者は e の矢印の向きである。(a)の場合 v' が, (b)の場合は v の向きが実際の起電力の向きに相当する。“起電力 e の矢印”は, 磁束 ϕ の矢印 (n の向きで自由を選ぶ) の取り方で決まり, 必ず右ねじの関係にとる必要がある(このとき①が成立する)。

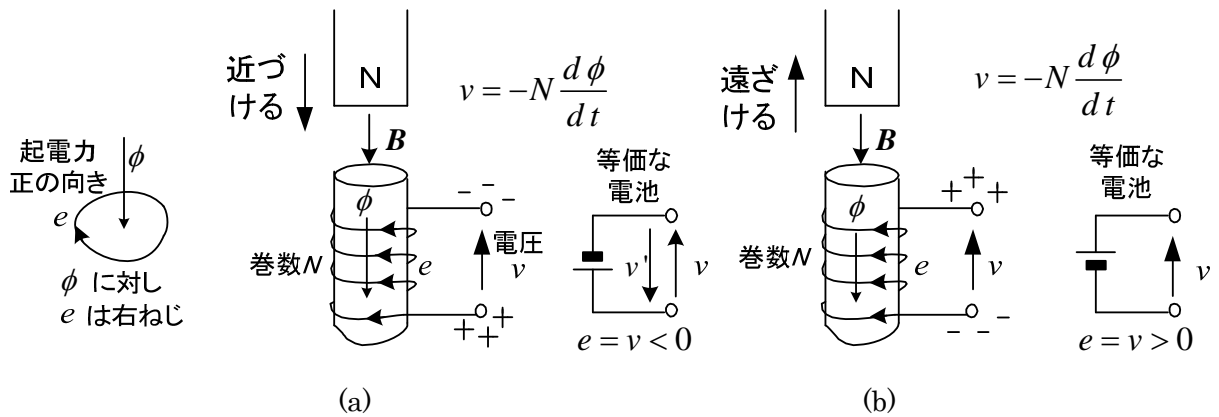


図1 電磁誘導の法則

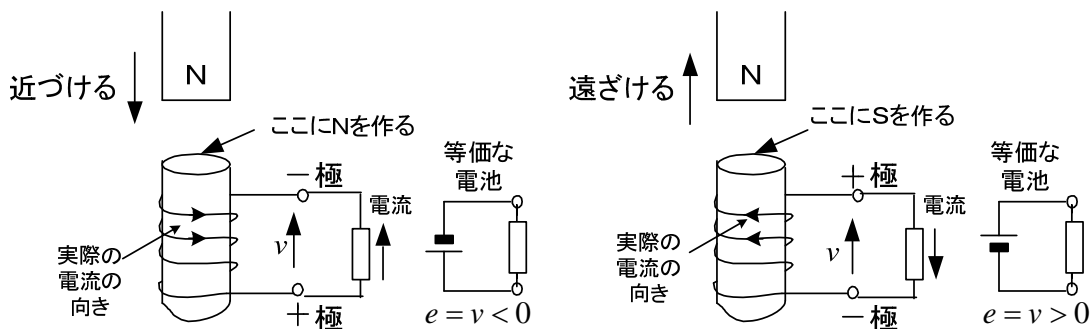


図2 電磁誘導の法則(誘導電流 i) (コイルの抵抗無視)

図2に示すように, コイルの端子に抵抗をつなぎ磁石を近づけたり遠ざけたりすると, 電流(誘

導電流)が流れる。誘導電流の向きは、誘導電流による磁界が、磁石による磁界の変化を妨げる向きである(レンツの法則)。図1で説明したように電流が流れなくても誘導起電力は生じているが、その極性をレンツの法則から求めることも可能である(高校ではそう習う)。このとき、コイルを図2に示すように電池に対応させると判りやすい(コイルには、一極から+極に電流が流れていることに注意)。抵抗をつないだ場合にも①式は成り立つが、磁束 ϕ としては、磁石が作る磁束の他に、流れる電流による磁束(後述の自己誘導)も加えたものでなくてはならない(大学受験問題では問題が難しくなるので無視されが、電流が急変するときはこの項は大きい)。電流が流れると①式の誘導起電力と図2の端子電圧 v は一般に一致しない。これはコイルに**内部抵抗**があるためである。しかし、コイルの内部抵抗を0とすると非クーロン電界とクーロン電界の和は0なので両者は一致し、 $e=v$ である。結局、コイルの内部抵抗が無視できるなら、どのような場合でも誘導起電力 e は端子電圧 v (矢印の向きに注意)に等しくなる。このため図1や図2の向きに定義された v を起電力と呼ぶこともある。だから図1の ϕ , v の矢印とその時の式を覚えておけばよい。

磁束の定義 磁束 ϕ は、面 S をとり、その面に垂直な法線ベクトル \mathbf{n} を自分で決めて、磁束密度 \mathbf{B} の \mathbf{n} 方向成分 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = B \cos \theta$ (内積:スカラー量:お金)を面 S で集めた面積分(総額)

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, dS \quad \text{②}$$

で定義される。磁束 ϕ は \mathbf{B} と違ってスカラーであり、面 S や \mathbf{n} を決めないと決まらない。 \mathbf{n} のとり方(2通りある)で符号が違ってくる。ただ面 S や \mathbf{n} を詳しく定義するのは、回路としては煩雑である。そこで、面 S はコイルの断面とし、 \mathbf{n} の矢印の代わりに ϕ に矢印を付けて表わす。 \mathbf{n} の向きが ϕ の測定の向き(正方向)である。また図中に \mathbf{B} のベクトルまたは磁束線が書かれていたら、その向き側に法線ベクトル \mathbf{n} が選ばれていると考えよう。 \mathbf{B} の磁束線を描いて、 ϕ とだけ書いている本も多い。誘導起電力 e の測定の向きは、 \mathbf{n} の矢印(磁束 ϕ の測定の向き)に対して必ず右ねじを回す向きに選ぶ必要がある。磁束線を磁束と呼ぶこともある。

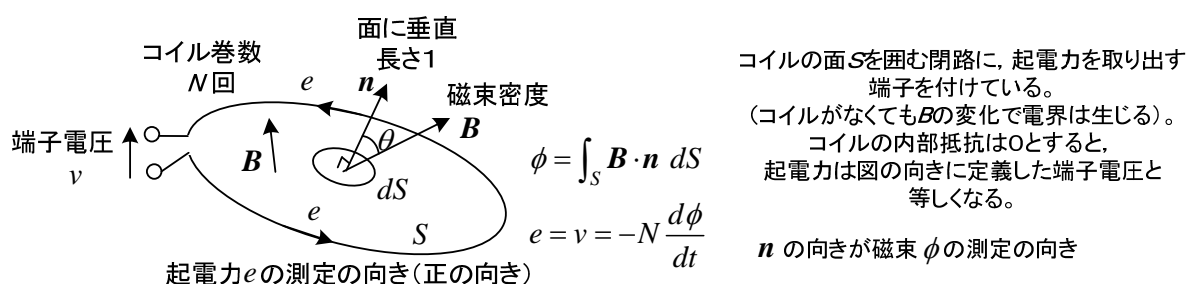


図3 \mathbf{n} の向きを自分で決め、右ねじの回る向きに起電力 e の測定の向きをとる!

○ コイルに成り立つ式(自己誘導 self-induction)

鉄心に巻かれたコイル(coil)に電源を接続し、電流 $i[\text{A}]$ を流す。この電流により鉄心には磁界ができる。電源電圧を変えて電流を変化させるとコイルの磁束 $\phi[\text{Wb}]$ が変化し、電磁誘導の法則によりコイルに誘導起電力が発生する。コイルが作った磁束によって、コイル自身に起電力が発生するので、これは**自己誘導**と呼ばれる。図4の(a), (b)はコイルの巻き方が異なる。コイルでは自分で

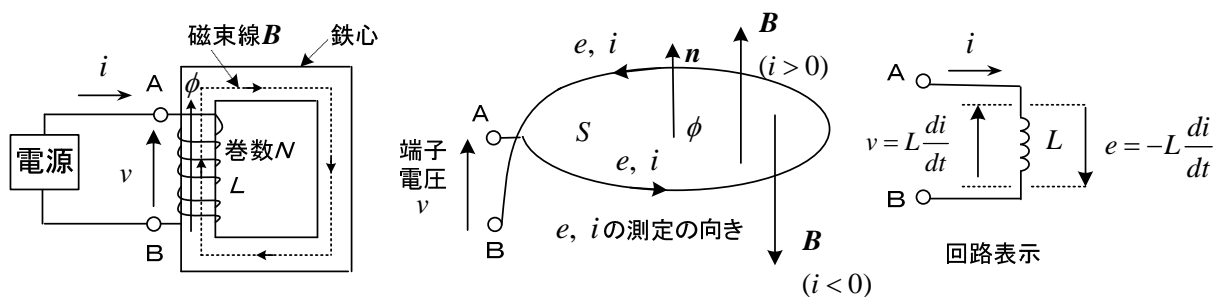
決める電流 i の矢印に対し、右ねじの進む向きに n の矢印(磁束 ϕ の測定の向き)を取る。つまり(a), (b)の各場合、 n の向きは図のように選ぶ(このとき後述の③式が成立)。起電力 e の測定の向きは n の矢印と必ず右ねじの関係にあるので、結局電流 i の測定の向きと起電力 e の測定の向きは一致する。図4(a), (b)いずれの場合も電流 i が磁束 ϕ を作るが、 $i > 0$ なら右ねじの法則より B と n の向きが一致するので $\phi > 0$ ($i < 0$ なら B と n が逆向きだから $\phi < 0$) となることから次式が成り立つ。③は自己インダクタンスの定義式である。

$$N\phi = Li \tag{3}$$

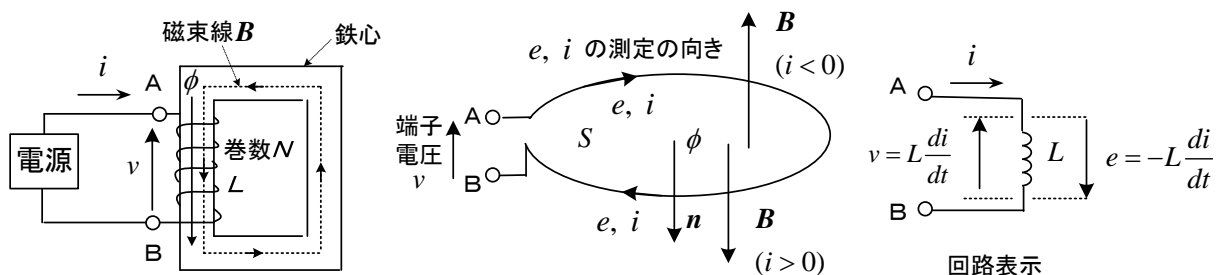
L : 自己インダクタンス(self-inductance)[H] (ヘンリー) (常に正)

$N\phi$ (巻数 \times 磁束) : 鎖交磁束 (linkage flux), N : コイルの巻数 (常に正)

端子電圧 v の測定の向き(矢印)を図4のようにとると(図1,2,3とは逆に選んでいることに注意), (a),(b)いずれの場合でも $v = -e$ だから①より



(a)コイルの巻き方 I



(b)コイルの巻き方 II

図4 コイルの電流, 磁束, 起電力

$$v = N \frac{d\phi}{dt} \tag{4}$$

となる。これは磁束の測定の向きに右ねじを進めるとき、ねじの回る方向にコイルをなぞり、その最終端に電圧 v の矢印の根をとっていることから判る。③, ④より、

$$v = L \frac{di}{dt} \tag{5}$$

が得られる。この式は、コイルの基本式として大変重要である。注意点として、 v と i の矢印を逆方向にとることを忘れてはいけない。誘導起電力 e は、 $e = -v$ の関係から、

$$e = -L \frac{di}{dt} \tag{6}$$

となる。コイルの巻き方が逆だと磁束 ϕ は逆方向になるが、巻き方に関係なく⑤, ⑥式は成立する。

ギリシャ文字, 単位

○ 10^n を表す記号

記号	T	G	M	k	m	μ	n	p
	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
名称	テラ	ギガ	メガ	キロ	ミリ	マイクロ	ナノ	ピコ

○ ギリシャ文字

頭字	小字	読み方	頭字	小字	読み方
<i>A</i>	α	アルファ	<i>N</i>	ν	ニュー
<i>B</i>	β	ベータ	<i>E</i>	ξ	グサイ
<i>\Gamma</i>	γ	ガンマ	<i>\Pi</i>	π	パイ
<i>\Delta</i>	δ	デルタ	<i>P</i>	ρ	ロー
<i>E</i>	ε	イプシロン	<i>\Sigma</i>	σ	シグマ
<i>Z</i>	ζ	ゼータ	<i>T</i>	τ	タウ
<i>H</i>	η	イータ	<i>\Phi</i>	ϕ, φ	ファイ
<i>\Theta</i>	θ	シータ	<i>\Upsilon</i>	υ	ウプシロン
<i>K</i>	κ	カッパ	<i>X</i>	χ	カイ
<i>\Lambda</i>	λ	ラムダ	<i>\Psi</i>	ψ	プサイ
<i>M</i>	μ	ミュー	<i>\Omega</i>	ω	オメガ

○ 国際単位系 (S I 単位系) : 一般にこの単位系に直して計算する。

単位は記号 (物理量) のときは [] を付け, 数値のときにつけない。数値と単位で 1 つの物理量だから。 例 $R [\Omega], 20 \Omega, R = 20 \Omega, R = 2r - 3 [\Omega]$

数値と単位の間空白を入れる。日本工業規格 規格番号 JISZ8203 参照

距離	メートル	m	電圧	ボルト	V
質量	キログラム	kg	磁束	ウェバー	Wb
時間	セカンド (秒)	s	磁束密度	テスラ	T
電流	アンペア	A	抵抗	オーム	Ω
周波数	ヘルツ	Hz	コンダクタンス	ジーメン	S
力	ニュートン	N	静電容量	ファラド	F
エネルギー	ジュール	J	インダクタンス	ヘンリー	H
電力	ワット	W	電界		V/m
電荷量	クーロン	C	磁束		A/m

数学公式

○ 三角関数(trigonometric function, trig function)

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1

sin		cos	
II	+	+	I
-		-	
III	-	-	IV
-		+	

$\theta \pm \frac{n\pi}{2}$ の三角関数 : $\sin(\theta \pm \frac{n\pi}{2})$ や $\cos(\theta \pm \frac{n\pi}{2})$ は $\pm \sin \theta$, $\pm \cos \theta$ のどれかになる。

- ・ 関数の決定 n 偶数 : そのまま n 奇数 : $\cos \rightarrow \sin$, $\sin \rightarrow \cos$
- ・ 符号の決定 θ を第 1 象限の角と考えて処理する。

例えば, $\sin(\theta + \frac{\pi}{2})$ は, $n = 1$ で奇数 だから \cos になり, θ を第 1 象限の角と考え $\theta + \frac{\pi}{2}$ が II

象限だから, もとの $\sin(\theta + \frac{\pi}{2})$ は正と考え, よって, $\cos \theta$ になる。

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta, \quad \cos(-\theta) = \cos \theta, \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}, \quad \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

和から積

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

積から和

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) \}$$

$$\cos \theta + \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = 0$$

$$\sin \theta + \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = 0$$

$$\cos^2 \theta + \cos^2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + \cos^2\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{3}{2}$$

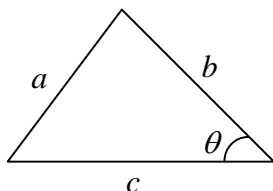
$$\sin^2 \theta + \sin^2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) + \sin^2\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{3}{2}$$

三角関数の合成

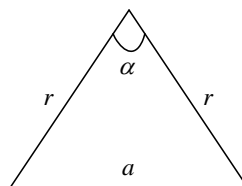
$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha) \quad \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

但し, $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $\alpha = \tan^{-1} \frac{b}{a}$ (アークタンジェント)

余弦定理



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$$



$$a = 2r \sin(\alpha/2)$$

微分・積分

$$(\sin t)' = \cos t \quad , \quad (\cos t)' = -\sin t \quad , \quad (\tan t)' = \frac{1}{\cos^2 t} \quad , \quad (e^{at})' = a e^{at}$$

$$(f g)' = f' g + f g' \quad , \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' g - f g'}{g^2} \quad , \quad \int f g' dx = f g - \int f' g dx$$

$$(\sin at)' = a \cos at \quad , \quad (\cos at)' = -a \sin at$$

$$\int_a^b \frac{d f(t)}{d t} dt = [f(t)]_a^b = f(b) - f(a)$$

定数 円周率 $\pi = 3.141592653589 \dots$

自然対数の底 $e = 2.718281828459045 \dots$ (鯛一発二発一発二発しごととオイシイ)

索 引

アークタンジェント	38,40	共振回路の Q	69	実効値	31,34,42
アース	14	共振周波数	63,167	実効値(一般式)	143
アドミタンス	47	共役複素数	39	実部	38
アドミタンス行列	123	極形式	38	時定数	152,153
位相	31,61	虚数単位	38	周期	31
位相遅れ, 位相進み	61	虚部	38	縦続行列	123
位相定数	183	キルヒホッフ第一法則	9,43	周波数	31
位相量	130	キルヒホッフ第二法則	9,43	ジュール熱	7
一次コイル(巻線)	29,89	クラメルの公式	10	出力インピーダンス	130
インダクタ	25	グラウンド	14	受動素子	46
インピーダンス	47	K 行列	123	瞬時値	42,45
インピーダンス行列	123	結合係数	96	瞬時電力	7,33
枝	104	減衰振動	155	純抵抗負荷	53
枝電流	10	減衰定数	183	初期位相	31,61
枝電流法	105	減衰量	130	初期条件	151
エネルギー	6	コイル	25	初期値	20
オイラーの公式	38	コイルエネルギー	26	磁路長	95
オームの法則	3	合成インピーダンス	47,48	進行波	185
遅れ	54	合成抵抗	4,5	振幅	31
開放	12	高調波	137	進み	54
回路網方程式	104	交流	31	スペクトル	137
角周波数	31	交流電圧計	42,52	正弦波	31
重ね合わせの理	111	交流電流計	42,52	整合	115,189
過渡現象	22,150	交流理論	38,42	整合回路	122
過渡項	21,150	コンダクタンス	3,47	静電容量	19
過渡状態	61	コンデンサ	19	正の向き	2
木	104	コンデンサエネルギー	21	絶縁物	19
基準の向き	2	鎖交磁束	25,30	絶対値	38
基準フェーザ	51,61	鎖交磁束不変の理	160	接地	14
起磁力	95	サセプタンス	47	接点	104
基本波	137	三相交流	75	接点電位法	105
基本波力率	143	磁気抵抗	95	接点方程式	108
基本閉路	105	自己インダクタンス	25	Z 行列	123
キャパシタ	19	指数関数形式	38	線間電圧	76
Q	63	磁束	200	線形回路	111
供給電力最大の法則	115	磁束線	25	線電流	83
共振	62	磁束密度	25	相互インダクタンス	30,91

総合力率	143	電流の向き	1	並列共振	62
相互誘導	29	電力	7,64,143	閉路	104
相順	75	電力量	7	閉路電流	11
相電圧	76	同位相	33	閉路電流法	11,105
相電流	83	等価電圧源定理	111	閉路方程式	107
相反性の条件	124	等価電流源定理	112	変圧器	89
第3高調波	137	同次方程式	150	変圧器等価回路	94
対称電源	75	透磁率	95	偏角	38
対称負荷	78	同相	54	変成器	89
単位	202	特殊解	150	巻数比	95
単位インパルス関数	169	特性インピーダンス	183	右ねじの法則	25
単位ステップ関数	170	特性方程式	150	密結合	89,90
短絡	12	内部インピーダンス	112	無効電力	65
中性点	78	二次コイル(巻線)	29,89	無損失線路	185
直流電圧源	2	二端子対網	123	漏れインダクタンス	95
直流分	137	入力インピーダンス	130	漏れ磁束	90
直列	4,47	能動素子	46	矢印	2
直列共振	62	ノートの定理	112	有効電力	64
直交形式	38	パーシバルの定理	141	誘電体	19
抵抗	1,2	反射係数	189	誘導起電力	198
抵抗分	47	反復インピーダンス	131	誘導性負荷	53
定在波	188	反復伝達量	131	誘導リアクタンス	35
定常項	21,151	反復パラメータ	131	容量	65
定常状態	61	ひずみ波交流	137	容量性負荷	53
テブナンの定理	111	ひずみ率	143	容量リアクタンス	35
△結線	82	皮相電力	65,143	四端子定数	123
電圧	1	微分方程式	21,150	ラプラス逆変換	168
電圧計	14	フーリエ級数	137	ラプラス変換	168
電圧源	8	フェーザ形式	38	リアクタンス	47
電圧則	9	フェーザ図	51,62	リアクタンス分	47
電荷	1,19	フェーザ表示	42	力率	64,143
電荷量不変の理	163	フェーザまとめ	45	力率改善	72
電磁誘導の法則	198	複素数	38	理想変成器	89,92
伝達関数	130	複素電力	65	励磁電流	89,90
伝達量	130	部分分数展開	168	Y行列	123
伝搬定数	183	分圧	4,48	Y結線	76
電流	1	分布定数回路	180	Y-△変換	127
電流計	14	分流	5,48		
電流源	8	平均電力	7,64		
電流則	9	並列	5,48		