



Title	電気回路から見た電磁気学
Author(s)	辻, 峰男
Citation	電気回路から見た電磁気学; 2019
Issue Date	2019-03
URL	http://hdl.handle.net/10069/38873
Right	

This document is downloaded at: 2019-09-19T06:45:35Z

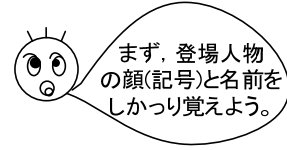
電気回路から見た 電磁気学

Electromagnetics as viewed from Electric Circuit

平成 31 年
辻 峰男

電磁気学の世界地図

- E : 電界, 電場, 電界の強さ [V/m] ⇒ 電気力線
 D : 電束密度 [C/m²] ⇒ 電束線
 H : 磁界, 磁場, 磁界の強さ [A/m] ⇒ 磁力線
 B : 磁束密度 [T] または [Wb/m²] ⇒ 磁束線
 i : 伝導電流密度, 自由電流密度 [A/m²] *
 ρ : 自由電荷密度, 真電荷密度 [C/m³], σ : 面自由電荷密度 [C/m²] **



- * 本テキストでは真空中や気体中の電荷の運動による対流電流(携帯電流)は考えない。
 ** 通常, 自由電荷は真空中, 気体中, 導体表面にあり, 絶縁体中, 導体中の ρ は 0 である。

電荷保存の法則: $\text{div } i + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ①

マクスウェルの方程式:

(ガウスの法則) $\text{div } D = \rho$ ① $\int_S D \cdot n \, dS = \int_V \rho \, dV = Q$ [C] (閉曲面) ①'

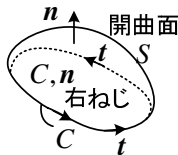
(磁束の保存則) $\text{div } B = 0$ ② $\int_S B \cdot n \, dS = 0$ (閉曲面) ②'

(アンペアー-マクスウェルの法則)

$\text{rot } H = i + \frac{\partial D}{\partial t}$ ③ $\int_C H \cdot t \, dl = \int_S (i + \frac{\partial D}{\partial t}) \cdot n \, dS$ (開曲面) ③'

(ファラデーの法則)

$\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ ④ $V_e = \int_C (E + v \times B) \cdot t \, dl = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot n \, dS + \int_C (v \times B) \cdot t \, dl = -\frac{d\phi}{dt}$ ④'



閉路 C で線積分 変圧器起電力 速度起電力 (開曲面)

V_e : 閉路 C の向きに測る起電力 [V], $\phi = \int_S B \cdot n \, dS$: 磁束 [Wb]

v : 閉路 C の速度 (C 上の点ごとに違う)

ローレンツ力: $F = q(E + v \times B)$ ⑤

F : 電荷 q [C] の微小粒子に働く力 [N] , v : 電荷 q の速度 [m/s]

物質の式 (近似): $D = \epsilon E$ ϵ : 誘電率 (真空中 ϵ_0) ⑥

$B = \mu H$ μ : 透磁率 (真空中 μ_0) ⑦

$i = \kappa(E + v \times B + E_e)$ κ : 導電率 (真空中 0) オームの法則 ⑧

ただし, $E = E_c + E_b$, $E_{nc} = E_b + v \times B + E_e$ ⑨

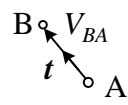
E : 電界 ④, ④', ⑤, ⑥の E も同じ

E_c : クーロン電界 ($\text{rot } E_c = 0$, E_c の閉路での線積分は 0, 電圧を作る)

E_b : 誘導電界, E_{nc} : 非クーロン電界 (起電力を作る)

$v \times B$: 磁界中の運動による等価な電界, E_e : 電池の等価な電界

起電力: $V_e = \int_C E_{nc} \cdot t \, dl$, 電圧: $V_{BA} = -\int_A^B E_c \cdot t \, dl$ ⑩

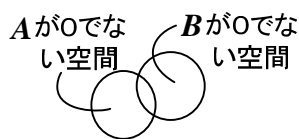


⑩の起電力は, ④' より一般的 (E_e 考慮分) で, C は閉路, t は起電力を測る向き。

これらの式は, ①~⑩, ①' ~④' の番号で本文中に引用する。

このテキストを読むうえで、常に記憶にとどめて欲しいことをまとめておく。

- **ベクトル量**：肉太で書いた量 $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}, \mathbf{i}$ は、ベクトル量である。これらは、一般に場所（3次元空間 (x, y, z) ）と時間 t の関数である。 $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ や $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ などが詳しい書き方である。 \mathbf{r} は位置ベクトルで座標を表す。たとえ図に同じ記号で \mathbf{E} と書いてあっても、場所と時間によって値は異なると考えなくてはならない。ベクトル量は向きと大きさを持ち、3つのスカラー量で表すことができる。 $\mathbf{E} = (E_x(x, y, z, t), E_y(x, y, z, t), E_z(x, y, z, t))$ が詳しい書き方である。面倒なので適当に簡略化して $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$ などと書くことが多いから、本来の意味を忘れないようにしよう。 E_x など成分はスカラー量で正負の値をもつ。
- **スカラー量**：肉太でない量 ρ (電荷密度)などはスカラー量でスカラ場を作る。これらも、場所と時間 t の関数で本来 $\rho(x, y, z, t)$ や $\rho(\mathbf{r}, t)$ のように書くべきものである。これらのスカラー量は正負の値をもつ。ベクトル量の成分 E_x などスカラー場を作る。また、ベクトル量の大きさは、絶対値を使って表す。例えば、 $E = |\mathbf{E}|$ の様に、 $|\mathbf{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$ であり、必ず正または0の値をもつ。これもスカラー量でスカラ場を作り、場所と時間によって値は異なる。
- **矢印の注意**：ベクトル場 $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}, \mathbf{i}$ などを表す場合の矢印は実際の向きで測定の向きという考え方はない。これに対し、起電力 V_e 、電圧や電位 V 、電流 I 、磁束 ϕ と一緒に書く矢印は、測定の向き（自由に選べる）を表す。 V_e, V は線積分で、 I, ϕ は面積分で定義され、それぞれの接線ベクトル \mathbf{t} や法線ベクトル \mathbf{n} が測定の向きである。これらは回路で用いられる矢印と同じ意味がある。座標軸の矢印も測定の向きである。例えば、 E_x は x 軸の矢印の向きに測った値を意味する。
- **ベクトル場の加算**： $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$ は、 \mathbf{A} の矢印と \mathbf{B} の矢印を加えると \mathbf{C} の矢印になると単純に考えるだけではいけない。電磁気でこのような式があれば、空間のすべての点で、そしてどの時間においても、この関係が成り立つことを意味する。広い世界の関係式である。



$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

のとき、実際に加えるのはどちらも0でない空間だけで他では \mathbf{C} は \mathbf{A} だけ、 \mathbf{B} だけあるいは0の値をもつ。共通の空間がないときもある。

- **スカラ場の加算**：電荷密度 $\rho(x, y, z, t) = \rho_1(x, y, z, t) + \rho_2(x, y, z, t)$ の意味は、各点で時間ごとにこれらの関係が成り立つことを意味し、広い意味がある。 $1+2=3$ のような単純な話ではない。省略した表現 $\rho = \rho_1 + \rho_2$ で書いてあったら、 $1+2=3$ の世界で考えてしまう人はいないだろうか。
- **記号の定義**：本によって使う記号は異なるし、同じ本の中でも違う意味で書いている場合がある。どの意味で書いているか誤解しないようにしたい。例えば、電界 E と書いてあっても、大きさ（絶対値） $E = |\mathbf{E}|$ の意味なら負にならないが、電界が x 軸方向成分しかなく $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z) = (E, 0, 0)$ の意味すなわち $E = E_x$ を表すなら E は負になることがある。また、電界を球座標系で $\mathbf{E} = (E_r, E_\theta, E_\phi)$ と表すとき、電界が r 方向成分しかなく $E = E_r$ の意味で書いてあるなら、 E は負になることがある。

まえがき

電磁気学では 3 次元空間と時間の変化を考えないといけない。このためいろいろと難しそうな式が出てきて、見ただけで不安に思う学生も多いだろう。これまで長年電気回路の講義を担当してきたが、電磁気学の入門として、自分なりの構成や説明で、疑問が解けずに悩んでいる学生に少しでも役に立つテキストが書けないかと思い立ち、筆を執ることにした。このために、下記の点を特徴としてまとめることにした。

- 電気回路を通して電磁気学を見る。つまり、抵抗、コンデンサ、コイルを通して電磁気学を考えていくことで、理解を得やすくする。
- 電磁気学の教科書は真空中のクーロンの法則より始めることが多い。この場合、次々にいろいろの式が出てくるが、その前提条件を考えて適用しないといけないので、前提が成り立たない場合どうすればよいか困るかもしれない。例えば、静電界で習うクーロンの法則や電位は時間的に変化しない静電界だけでしか役立たないのか気になるであろう。そこで、本稿では、電磁気学の根本となるマクスウェルの方程式から始める。これにより、いろいろのケースへの応用がし易く、問題を解くときの前提条件も自ずと明らかになるであろう。またいろいろの公式も整理されたものになるから覚えるのも楽であろう。本稿の進め方をたとえて言うなら、まず世界地図を見せてから、次に各国のことを詳しく話すということである。順番が逆だと、自分の立ち位置が見えないので、整理がつきにくいだろう。そして世界地図は最初完全に理解しなくても全く構わない。国の勉強をするとき繰り返し見るうちに、だんだん理解が深まる。クーロンの法則からスタートして電磁気学を勉強した人は、整理の意味でこのテキストを活用することもできるだろう。
- マクスウェルの方程式からスタートする場合の問題点は、高校で見たことのない記号 rot , div , grad などが初めから出てくることにある。しかし、これらの数学なしに大学レベルの電磁気学は説明しにくいので、クーロンの法則より始める場合でも、いずれ学ぶことになる。そこで本稿では、まず第 1 章でこれらの数学の利用の仕方を説明する。そして記憶に残るように、またイメージがわくようにたとえ話を時々入れることにした。
- 電磁気学の全領域をまんべんなくカバーするのではなく、根本的な話、面白い話を選ぶ。できるだけ少ないページ数で初心者レベルから大学レベル程度の内容まで伝えたい。この際、これまでの教科書で説明が十分でないと感じられるテーマに関し独自の解釈を試みている（例えばクーロン電界）。
- 電気回路も電磁気学も共に基礎科目として重要であるが、両科目で記号や言葉が統一されていないものがある。例えば、回路で使う電圧の矢印が電磁気学では無視され、高校の教科書と同じように両端に矢をつけた教科書を見ることがある。これではどの点の電位を基準にしているか図から判断できないので学生は混乱するだろう。実用上、電圧は片方に矢をつけて定義し、基準となる点を明確にしている。また、定常という言葉も回路と電磁気では意味が違う。これについてはたとえ交流の場合でも過渡現象が終わったならば定常状態（回路の定義）とよぶことに統一する。オームの法則は表現が違うが、混乱はないと思うのでそのまま使用する。

電磁気学の教科書は多く出版されているが、“電気回路から見た電磁気学”という変わったタイトルの本は恐らく世界中探してもないであろう。電気回路で扱う現象は電磁気学で扱う現象の一部である。ところが、抵抗 R 、静電容量 C 、インダクタンス L によって電磁気学の現象がかなり説明できる。さらに分布定数回路まで考えると電磁波のことも多少理解できるようになる。電気回路を通して電磁気学を眺めることで、電磁気学が分りやすくなったと感じられたら幸いである。

電気回路から見た電磁気学

Electromagnetics as viewed from Electric Circuit

目次

	ページ
第1章 ベクトルの演算と意味	1 - 17
第2章 電磁気学の世界地図	18 - 42
第3章 電源と抵抗	43 - 56
第4章 コンデンサ	57 - 86
第5章 コイル I	87 - 114
第6章 コイル II	115 - 138
第7章 電磁波 ー空間に分布した回路ー	139 - 172
文献	173
付録	174 - 181
○ 単位	
○ ベクトルの公式	
○ 座標系	
○ ヘルムホルツの定理	
○ 分布定数回路の過渡現象	
往復線路の静電容量とインダクタンス	
○ 電磁界の数値計算法	
索引	182 - 183