



Title	電気回路から見た電磁気学
Author(s)	辻, 峰男
Citation	電気回路から見た電磁気学; 2019
Issue Date	2019-03
URL	http://hdl.handle.net/10069/38873
Right	

This document is downloaded at: 2019-09-18T18:15:18Z

文献

- (1) パノフスキー, フィリップス, 林・西田訳: 新版電磁気学上, 丸善 (1967)
- (2) 平川浩正: 電磁気学, 培風館 (1968)
- (3) H.H.ウッドソン, J.R.メルヒャー (大越, 二宮訳): 電気力学 I, 産業図書 (1974)
- (4) 飯田修一: 新電磁気学上, 丸善 (1975)
- (5) 飯田修一: 新電磁気学下, 丸善 (1975)
- (6) 関口利男: 電磁波, 朝倉書店 (1976)
- (7) 宮入庄太: 電気・機械エネルギー変換工学, 丸善(1976)
- (8) 細野敏夫: 電磁波工学の基礎, 昭晃堂 (1977)
- (9) L.ソリマー (中村, 河村訳): 電磁理論, 秀潤社 (1978)
- (10) 山下栄吉: 電磁波工学入門, 産業図書 (1980)
- (11) 砂川重信: 電磁気学演習, 岩波書店 (1982)
- (12) 宮副泰: 電磁気学 I, 朝倉書店 (1983)
- (13) 宮副泰: 電磁気学 II, 朝倉書店 (1983)
- (14) 安達三郎: 電磁波工学, コロナ社 (1983)
- (15) 松原正則: 最新電磁気学, 昭晃堂 (1983)
- (16) 難波江章・金東海・高橋勲・仲村節男・山田速敏: 基礎電気機器学, 電気学会 (1984)
- (17) 後藤憲一, 山崎修一郎共編: 詳解電磁気学演習, 共立出版 (1990)
- (18) 藤田広一: 電磁気学ノート, コロナ社 (1993)
- (19) 今井功: 電磁気学を考える, サイエンス社 (1995)
- (20) 細野敏夫: メタ電磁気学, 森北出版 (1999)
- (21) 後藤尚久: なっとくする電磁気学, 講談社 (2003)
- (22) 岡部洋一: 電磁気学の意味と考え方, 講談社 (2008)
- (23) 河野照哉・桂井誠: 電気磁気学演習, 電気学会 (2009)
- (24) 熊谷信昭: 改訂電磁理論, コロナ社 (2010)
- (25) 山本義隆: 新・物理入門, 駿台文庫 (2010)
- (26) 工藤勝利・磯田八郎・松瀬貢規: 電気磁気学入門, オーム社 (2011)
- (27) 小宮山進, 竹川敦: マクスウェル方程式から始める電磁気学, 裳華房 (2016)
- (28) 砂川重信: 理論電磁気学第3版, 紀伊國屋書店 (2017)
- (29) 山田直平原著, 桂井誠著: 電気磁気学 (3版改訂), 電気学会 (2017)

手元にあった上記の文献を参考にさせていただきました。この場を借りて感謝申し上げます。文献の参照は“例えば”と解釈願います。数年前から書き始めましたが、次々に起こる疑問に苦労しながら、なんとか書き上げました。不十分なところもあろうかと思いますが、お役に立てて頂ければ幸いです。

最後に生協のカフェテリアで食事しながらいろいろとご教授頂いた竹中隆名誉教授, 松田良信准教授, 森山敏文准教授に深謝致します。特に竹中先生には原稿を読んで頂きました。

平成 31 年 2 月

付録

○ 10^n を表す記号

記号	T	G	M	k	m	μ	n	p
	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
名称	テラ	ギガ	メガ	キロ	ミリ	マイクロ	ナノ	ピコ

○ よく使うギリシャ文字

頭字	小字	読み方	頭字	小字	読み方
<i>A</i>	α	アルファ	<i>N</i>	ν	ニュー
<i>B</i>	β	ベータ	<i>\Xi</i>	ξ	グサイ
<i>\Gamma</i>	γ	ガンマ	<i>\Pi</i>	π	パイ
<i>\Delta</i>	δ	デルタ	<i>P</i>	ρ	ロー
<i>E</i>	ε	イプシロン	<i>\Sigma</i>	σ	シグマ
<i>Z</i>	ζ	ゼータ	<i>T</i>	τ	タウ
<i>H</i>	η	イータ	<i>\Phi</i>	ϕ, φ	ファイ
<i>\Theta</i>	θ	シータ	<i>\Upsilon</i>	υ	ウプシロン
<i>K</i>	κ	カッパ	<i>X</i>	χ	カイ
<i>\Lambda</i>	λ	ラムダ	<i>\Psi</i>	ψ	プサイ
<i>M</i>	μ	ミュー	<i>\Omega</i>	ω	オメガ

○ 国際単位系 (S I 単位系) : 一般にこの単位系に直して計算する。

単位は記号 (物理量) のときは [] を付け, 数値のときにつけない。数値と単位で 1 つの物理量だから。例 $R [\Omega], 20 \Omega, R = 20 \Omega, R = 2r - 3 [\Omega]$

数値と単位の間空白を入れる。日本工業規格 規格番号 JISZ8203 参照

距離	メートル	m	電圧	ボルト	V
質量	キログラム	kg	磁束	ウェバー	Wb
時間	セクンド (秒)	s	磁束密度	テスラ	T
電流	アンペア	A	抵抗	オーム	Ω
周波数	ヘルツ	Hz	コンダクタンス	ジーメンズ	S
力	ニュートン	N	静電容量	ファラド	F
エネルギー	ジュール	J	インダクタンス	ヘンリー	H
電力	ワット	W	電界		V/m
電荷量	クーロン	C	磁束		A/m

○ ベクトルの公式

$$\text{grad}(f + g) = \text{grad}f + \text{grad}g \quad (\text{付 1})$$

$$\text{div}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \text{div}\mathbf{A} + \text{div}\mathbf{B} \quad (\text{付 2})$$

$$\text{rot}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \text{rot}\mathbf{A} + \text{rot}\mathbf{B} \quad (\text{付 3})$$

$$\text{grad}(fg) = f \text{grad}g + g \text{grad}f \quad (\text{付 4})$$

$$\text{div}(f\mathbf{A}) = f \text{div}\mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \text{grad}f \quad (\text{付 5})$$

$$\text{rot}(f\mathbf{A}) = (\text{grad}f) \times \mathbf{A} + f \text{rot}\mathbf{A} \quad (\text{付 6})$$

$$\text{div}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot \text{rot}\mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot \text{rot}\mathbf{B} \quad (\text{付 7})$$

$$\text{grad}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = \mathbf{A} \times \text{rot}\mathbf{B} + \mathbf{B} \times \text{rot}\mathbf{A} + (\mathbf{A} \cdot \text{grad})\mathbf{B} + (\mathbf{B} \cdot \text{grad})\mathbf{A} \quad (\text{付 8})^*$$

$$\text{rot}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A} \text{div}\mathbf{B} - \mathbf{B} \text{div}\mathbf{A} + (\mathbf{B} \cdot \text{grad})\mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \text{grad})\mathbf{B} \quad (\text{付 9})^*$$

$$\text{rot}(\text{grad}f) = \mathbf{0} \quad (\text{付 10})$$

$$\text{div}(\text{rot}\mathbf{A}) = 0 \quad (\text{付 11})$$

$$\nabla^2 f \equiv \text{div}(\text{grad}f) \quad (\text{定義}) \quad (\text{付 12})$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} \equiv \text{grad}(\text{div}\mathbf{A}) - \text{rot}(\text{rot}\mathbf{A}) \quad (\text{定義}) \quad (\text{付 13})$$

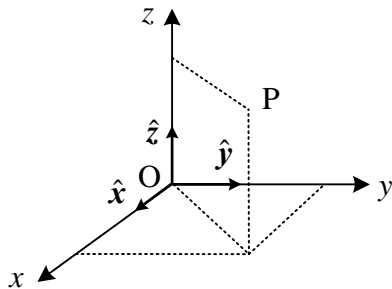
$$* \quad (\mathbf{A} \cdot \text{grad})\mathbf{B} = \left(A_x \frac{\partial}{\partial x} + A_y \frac{\partial}{\partial y} + A_z \frac{\partial}{\partial z} \right) (B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z})$$

$$= \left(A_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + A_y \frac{\partial B_x}{\partial y} + A_z \frac{\partial B_x}{\partial z} \right) \hat{x} + \left(A_x \frac{\partial B_y}{\partial x} + A_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + A_z \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(A_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + A_y \frac{\partial B_z}{\partial y} + A_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \hat{z}$$

と定義するとき、直角座標系で成立する。他の公式は直角座標系以外でも使用できる。

村上一郎：詳解演習電磁数学[I]，廣川書店

○ 直角座標系



\hat{x} から \hat{y} へ回すと \hat{z} の向きへ進む (右手系)。

$$\mathbf{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} + A_z \hat{z}, \quad |\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$$

$$\text{grad}f = \nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} \quad (\text{付 14})$$

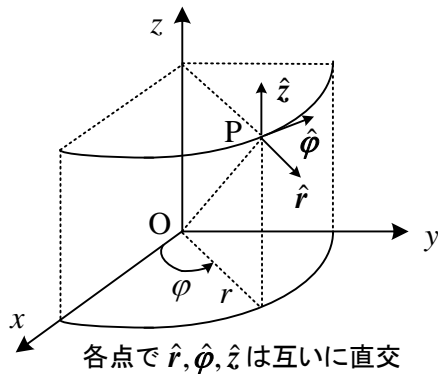
$$\text{div}\mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{付 15})$$

$$\text{rot}\mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\hat{x} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\hat{z} \quad (\text{付 16})$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (\text{付 17})$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2}\right)\hat{x} + \left(\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}\right)\hat{z} \quad (\text{付 18})$$

○ 円柱座標系(円筒座標系)



各点で $\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{z}$ は互いに直交

\hat{r} から $\hat{\phi}$ へ回すと \hat{z} の向きへ進む。

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad z = z, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{y}{x}, \quad z = z$$

$$\mathbf{A} = A_r \hat{r} + A_\varphi \hat{\phi} + A_z \hat{z}, \quad |\hat{r}| = |\hat{\phi}| = |\hat{z}| = 1$$

$$\hat{r} = \cos \varphi \hat{x} + \sin \varphi \hat{y}, \quad \hat{\phi} = -\sin \varphi \hat{x} + \cos \varphi \hat{y}, \quad \hat{z} = \hat{z}$$

$$\text{grad } f = \nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z} \quad (\text{付 19})$$

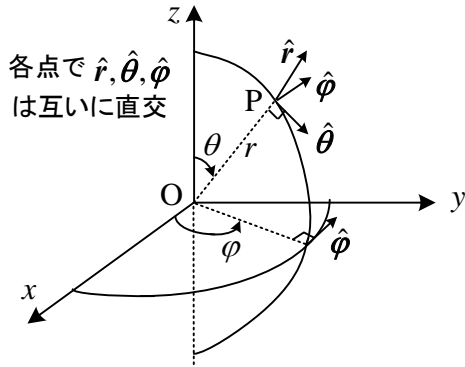
$$\text{div } \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{付 20})$$

$$\text{rot } \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) \hat{r} + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) \hat{\phi} + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right\} \hat{z} \quad (\text{付 21})$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (\text{付 22})$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \text{grad}(\text{div} \mathbf{A}) - \text{rot}(\text{rot} \mathbf{A}) \quad \text{より計算する。} \quad (\text{付 23})$$

○ 球座標系(極座標系)



\hat{r} から $\hat{\theta}$ へ回すと $\hat{\phi}$ の向きへ進む。

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}, \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$\mathbf{A} = A_r \hat{r} + A_\theta \hat{\theta} + A_\varphi \hat{\phi}, \quad |\hat{r}| = |\hat{\theta}| = |\hat{\phi}| = 1$$

$$\hat{r} = \sin \theta \cos \varphi \hat{x} + \sin \theta \sin \varphi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}$$

$$\hat{\theta} = \cos \theta \cos \varphi \hat{x} + \cos \theta \sin \varphi \hat{y} - \sin \theta \hat{z}$$

$$\hat{\phi} = -\sin \varphi \hat{x} + \cos \varphi \hat{y}$$

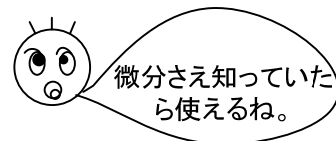
$$\text{grad } f = \nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\phi} \quad (\text{付 24})$$

$$\text{div } \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} \quad (\text{付 25})$$

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = & \frac{1}{r \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\varphi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right\} \hat{r} + \frac{1}{r} \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right\} \hat{\theta} \\ & + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right\} \hat{\phi} \end{aligned} \quad (\text{付 26})$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \quad (\text{付 27})$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \text{grad}(\text{div } \mathbf{A}) - \text{rot}(\text{rot } \mathbf{A}) \quad \text{より計算する。} \quad (\text{付 28})$$



○ ヘルムホルツの定理

普通の電磁気学の教科書には載っていないが、大事な定理を紹介しよう。

任意のベクトル場 \mathbf{F} は、

$$\text{発散} \quad \text{div} \mathbf{F} = d(\mathbf{r}) \quad (\text{付 29})$$

$$\text{回転} \quad \text{rot} \mathbf{F} = \mathbf{R}(\mathbf{r}) \quad (\text{付 30})$$

が与えられると一意に定まり（つまり \mathbf{F} が計算で求められる）、以下のように表せる⁽⁸⁾。

$$\mathbf{F} = -\text{grad} d_V + \text{rot} \mathbf{R}_V \quad (\text{付 31})$$

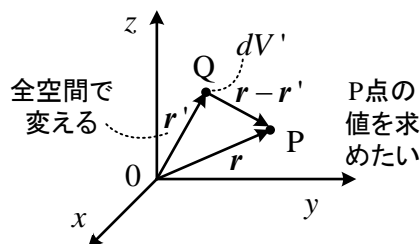
$$\text{ここで,} \quad d_V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (\text{付 32})$$

$$\mathbf{R}_V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{R}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (\text{付 33})$$

$\mathbf{R} = \mathbf{0}$ または $d = 0$ なら、それぞれ $\text{rot} \mathbf{R}_V = \mathbf{0}$ または $\text{grad} d_V = 0$ とおいて計算できる。それが、静電界と静磁界である。 d_V, \mathbf{R}_V はそれぞれ、電位やベクトルポテンシャルに対応する。

付図 1 の P 点の $d_V(\mathbf{r})$ と $\mathbf{R}_V(\mathbf{r})$ の値を求めるため、体積分は Q 点を全空間で動かして (\mathbf{r}' を変化させて) $d(\mathbf{r}')$ と $\mathbf{R}(\mathbf{r}')$ を集める。なお、(付 33) のベクトル $\mathbf{R}(\mathbf{r}')$ の体積分は、成分ごとに体積分する。 $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ は、P 点と Q 点の距離を表すので、Q 点が遠いと体積分への影響は小さい。

この定理は、電界と磁界のベクトル場を表す電磁気学の世界で div と rot が何故必要なのか、そしてなぜそれだけわかっているだけでいいのか、その理由を教えてください。電気回路では、 div の条件がキルヒホッフの**電流則**、 rot の条件がキルヒホッフの**電圧則**に対応してくる。 div で決まる放射するベクトルと rot で決まる回転するベクトルを組み合わせると、どんなベクトルも作れるというイメージである。



付図 1 位置ベクトル \mathbf{r} と \mathbf{r}' の関係

○ 分布定数回路の過渡現象、往復線路の静電容量とインダクタンス

付図 2 に示すように、電圧と電流の初期分布は 0 とした無限に長い無損失線路で、電源のスイッチを入れた後の電圧と電流を求める。(7-4), (7-5) で、 $R = G = 0$ とおくと次式が得られる。

$$-\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \quad (\text{付 34})$$

これらを**ラプラス変換**して、次式が得られる。

$$-\frac{dV(z,s)}{dz} = LsI(z,s) - Li(z,0) \quad -\frac{dI(z,s)}{dz} = CsV(z,s) - Cv(z,0) \quad (\text{付 35})$$

ただし、 $L\{v(z,t)\} = V(z,s)$, $L\{i(z,t)\} = I(z,s)$ $L\{\}$: ラプラス変換

なお、ラプラス変換については、電気回路講義ノート(長崎大学リポジトリ)に述べている。
電圧と電流の初期分布は 0 なので、 $v(z,0) = 0$, $i(z,0) = 0$ である。両辺を z で微分して

$$\frac{d^2V(z,s)}{dz^2} = LCs^2V(z,s) \quad (\text{付 36})$$

が得られる。これを解くと次式となる。

$$V(z,s) = Ae^{-sz/c} + Be^{sz/c} \quad \text{ただし、} c = 1/\sqrt{LC} \quad (\text{付 37})$$

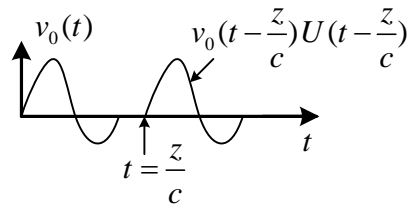
無限に長いので、 $B = 0$ とおける。

$$V(z,s) = Ae^{-sz/c} \quad (\text{付 38})$$

付図 2 より $z = 0$ で、 $A = V(0,s) = L\{v_0(t)\}$ である。**時間推移**の公式を用いると、 z 点の電圧は

$$v(z,t) = L^{-1}\{V(z,s)\} = L^{-1}\{L\{v_0(t)\}e^{-sz/c}\} = v_0\left(t - \frac{z}{c}\right)U\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad (\text{付 39})$$

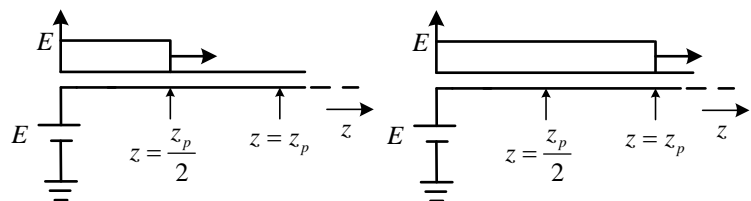
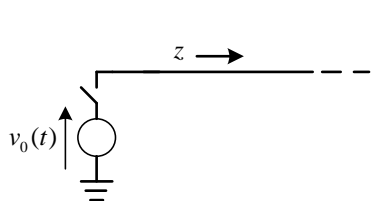
ここで、 $U(x)$ ($x \geq 0$ のとき 1, 他は 0) は単位ステップ関数である。



$$(\text{付 35})\text{より、} I(z,s) = -\frac{1}{Ls} \frac{d}{dz} V(z,s) = \frac{1}{Lc} V(z,s) = \sqrt{\frac{C}{L}} V(z,s) \quad \text{だから、}$$

$$i(z,t) = \sqrt{\frac{C}{L}} v_0\left(t - \frac{z}{c}\right)U\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad (\text{付 40})$$

例えば、直流電源のスイッチを $t = 0$ で入れた後の過渡現象は、図のようになる。電源電圧が速度 c で進行する。 $t \geq z_p/c$ のとき、 $z = z_p$ の点は常に電圧が E となる。途中でスイッチを切っても、線路上の波形だけはそのまま右へ進む。電流も同様である。

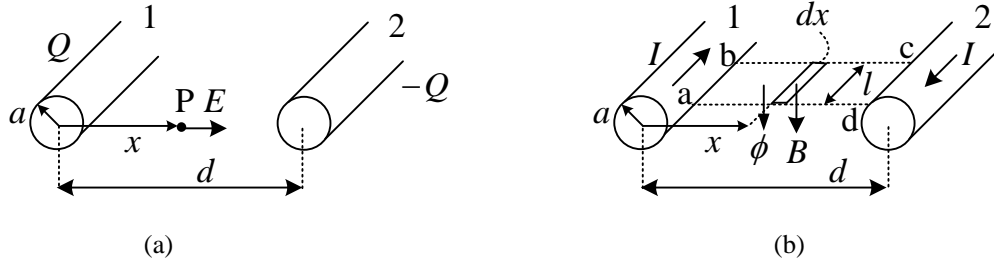


$t = z_p/(2c)$ のとき

$t = z_p/c$ のとき

付図 2 無限長線路

付図 3 直流電源スイッチ ON 時の過渡現象



付図4 平行往復線路

付図4に示す半径 a [m], 中心間距離 d [m]で十分長い平行往復線路について静電容量とインダクタンスを求めよう。図(a)で, 導線1,2の単位長あたりの電荷をそれぞれ $Q, -Q$ [C/m]とすると, $d \gg a$ により電荷の一様分布を仮定すると第4章の例題5を参照してP点の電界は次式となる。

$$E \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 x} + \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(d-x)} \quad (\text{付41})$$

よって, 導体2から見た導体1の電圧は

$$\begin{aligned} V_{12} &= -\int_{d-a}^a E dx = -\int_{d-a}^a \left(\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 x} + \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(d-x)} \right) dx \\ &= -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0} [\log x - \log(d-x)]_{d-a}^a = \frac{Q}{\pi\epsilon_0} \log \frac{d-a}{a} \approx \frac{Q}{\pi\epsilon_0} \log \frac{d}{a} \end{aligned} \quad (\text{付42})$$

従って, 導線間の単位長あたりの静電容量は次式のように求められる。

$$C = \frac{Q}{V_{12}} = \frac{\pi\epsilon_0}{\log(d/a)} \text{ [F/m]} \quad (\text{付43})$$

次に, 図(b)で, 長さ l で幅 dx の長方形部分の通る磁束 $d\phi$ は

$$d\phi = B l dx = \mu_0 H l dx = \mu_0 l \left\{ \frac{I}{2\pi x} + \frac{I}{2\pi(d-x)} \right\} dx \quad (\text{付44})$$

よって導線1,2間(長方形abcd)を通る磁束 ϕ は

$$\phi = \int_a^{d-a} \mu_0 l \left\{ \frac{I}{2\pi x} + \frac{I}{2\pi(d-x)} \right\} dx = \frac{\mu_0 l I}{\pi} \log \frac{d-a}{a} \approx \frac{\mu_0 l I}{\pi} \log \frac{d}{a} \quad (\text{付45})$$

従って, **往復線路の単位長あたりの自己インダクタンス(定義)**は

$$L = \frac{\phi}{l I} = \frac{\mu_0}{\pi} \log \frac{d}{a} \text{ [H/m]} \quad (\text{付46})$$

となる(第7章の場合と同様)。(付45)で L を決めれば, 閉路abcdについて(6-29)のキルヒホッフの法則を適用し, 図7-3の等価回路の $V_{ad} - V_{bc} = L \frac{dI}{dt}$ が成立する(抵抗無視)。図7-3の L は導線

1,2に分けて書く方が少し厳密になるが(式は同じ), 磁束は導線1,2の間にある分が寄与している。なお, インダクタンスについては文献(29)に詳しい。(付37)は

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \text{ [m/s]} \quad (\text{付47})$$

となる。 c は真空中の光速と考えてよい。よって付図3の波は光速で進行する。

○ 電磁界の数値計算法

電磁界は簡単に計算できないので、コンピュータを利用して数値計算により解析することが多い。ここでは数値計算の考え方を簡単な例で説明しよう。2次元のラプラスの方程式

$$\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{付 48})$$

を解くことを考える。付図 5 の格子点できざみ h を微小な量に選ぶとき、テイラーの定理より

$$v(x+h, y) \approx v(x, y) + h \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x^2} \quad (\text{付 49})$$

$$v(x-h, y) \approx v(x, y) - h \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x^2} \quad (\text{付 50})$$

これらの和より次式が得られる。(偏微分を差分に置き換え、さらにもう一回偏微分と一致)

$$\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h} \left\{ \frac{v(x+h, y) - v(x, y)}{h} - \frac{v(x, y) - v(x-h, y)}{h} \right\} \quad (\text{付 51})$$

同様に、 $v(x, y+h)$ 、 $v(x, y-h)$ にも適用し、(付 48)に代入して、次式が得られる。

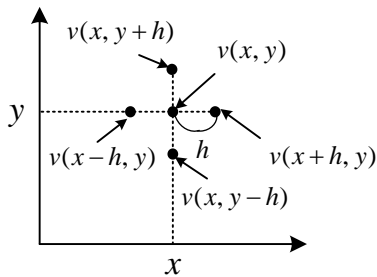
$$v(x, y) = \frac{1}{4} (v(x+h, y) + v(x-h, y) + v(x, y+h) + v(x, y-h)) \quad (\text{付 52})$$

ラプラスの方程式は周りの4点の平均値がその点の値になることを意味している。この式を基に付図 6 の格子点 a, b, c, d の電位を求めてみよう。対称性より b, c 点の電位は等しく V_2 とする。

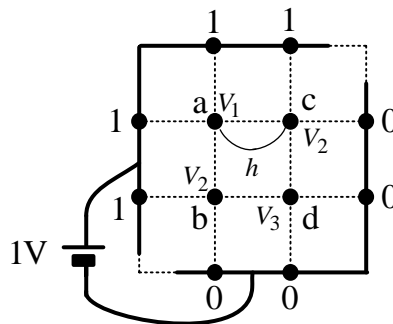
$$V_1 = \frac{1}{4} (1+1+V_2+V_2), \quad V_2 = \frac{1}{4} (1+V_1+V_3+0), \quad V_3 = \frac{1}{4} (V_2+V_2+0+0) \quad (\text{付 53})$$

これらの連立方程式を解くと電位が以下の様に得られる。

$$V_1 = \frac{3}{4}, \quad V_2 = \frac{1}{2}, \quad V_3 = \frac{1}{4} \quad (\text{付 54})$$



付図 5 格子点の値



付図 6 曲がった極板のコンデンサ

実際は複雑な形状に対し多くの格子点を選び、与えられた境界条件の基で連立方程式を解いて解を求める。きざみ h を小さく選ぶと計算時間は長くなるが電磁界の精度は向上する。一般には三角形の領域に分割して節点の値を求める**有限要素法**が広く利用されている。

索引

TE 波	162	磁束線	22
TEM 波	155	磁束	25,89
アンテナ	168	周回積分の法則	24,88
アンペアの法則	23	自由電荷	19
位相速度	144	自由電荷密度	19
位相定数	142,148	準定常電磁界	42
インダクタンス	119	磁路長	98
永久磁石	102	進行波	143
エネルギー	34	スカラ場	1
外積	3	ストークスの定理	11
回転	6,12	静磁界	41
ガウスの定理	14	静電界	32,41
ガウスの法則	22	静電誘導	49
ガウス面	58	線積分	7
重ね合わせの理	42	全微分	5
緩慢に変化する現象	42,88	相互誘導	120
起磁力	97	速度起電力	25
起電力	47	束縛電荷	19
急速に変化する現象	42	体積分	11
境界条件	37	単位接線ベクトル	8,9
強制電流	31	単位体積中	19
キルヒホッフの法則	132	単位ベクトル	1
クーロン電界	32,44	単位法線ベクトル	10
クーロンの法則	62	単極誘導	131
減衰定数	142,148	遅延ポテンシャル	169
光速	30	力	78,104
勾配	6	抵抗	50
鎖交磁束	119	定常	42
磁化	96	テイラーの定理	5
磁荷密度	96	電圧	45
磁気回路	99	電圧計	123
磁気双極子	109	電位	32,46
磁気抵抗	97	電界	43
磁気分極	96	電荷保存の法則	21
磁気モーメント	113	電気双極子	69
磁性体	94	電気双極子モーメント	70

電気力線	63	分極	74
電磁誘導の法則	23,115	分極電荷	74
伝搬定数	142,148	分布定数回路	140
電流密度	20	平面波	149
電力	34	ベクトル場	1
同軸ケーブル	98	ベクトルポテンシャル	31,111
透磁率	30,96	ヘルムホルツの定理	178
導体	48	ヘルムホルツの方程式	148
導電率	30	変圧器	121
導波管	162	偏微分	4
特殊相対性理論	31	ポアソンの方程式	61
特性インピーダンス	142	ポインティングベクトル	35,53
内積	3	保存場	45
入射	152	マクスウェルの応力	35
発散	6,16	面自由電荷密度	39,74
発電機	130	面積分	10
波動方程式	146	誘電分極	75
反射	152	誘電率	30
ビオサバールの法則	91	誘導電界	32
非クーロン電界	44	ラプラスの方程式	61
ヒステリシス特性	95	力線	2
表皮効果	134,154	連続の式	21
フェーザ表示	146	レンツの法則	116
フレミング左手則	29,126	ローレンツゲージ	33
フレミング右手則	26,126	ローレンツ力	28

