



Title	粘性を考慮した渦法によるはく離流れのシミュレーション
Author(s)	林, 秀千人; 清水, 光昭; 佐々木, 壮一; 児玉, 好雄
Citation	長崎大学工学部研究報告 Vol.31(57) p.23-29, 2001
Issue Date	2001-07
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10069/5152">http://hdl.handle.net/10069/5152</a>
Right	

This document is downloaded at: 2019-06-16T08:52:51Z

# 粘性を考慮した渦法によるはく離流れのシミュレーション

## Vortex Method with Gaussian Vortices for Separated Shear Flow of the Airfoil

林 秀千人\*<sup>1</sup>・清水 光昭\*<sup>2</sup>・佐々木壮一\*<sup>1</sup>・児玉 好雄\*<sup>1</sup>

by

Hidechito HAYASHI, Mitsuaki SHIMIZU, Souichi SASAKI and Yoshio KODAMA

For the analysis of the laminar separated flow around the NACA symmetrical airfoil in transition region of Reynolds number, it is a problem that the flow separation and the development of the shear layer are sensitive to the flow conditions very much. Hence, we made the matching of laminar boundary layer theory with vortex method. We also proposed a new scheme that the vorticity field in the shear layer is decided from the Gaussian vorticity distribution and the no-slip condition is adopted by setting diffusive and productive vortices. We made clear that the flow separation is estimated with laminar boundary layer theory. And Computational results around the body showed good agreement with the experimental ones.

### 1. まえがき

最近、環境問題が取り上げられるに伴って、生活に身近な機械として空調機器においても騒音問題ばかりでなく従来にも増して高性能化が求められている<sup>(1)</sup>。このため空調用の低速・低圧の送風機の羽根車も翼型翼を用いて性能の向上が計られつつある。この場合、送風機には今まで以上に負荷がかかるために騒音や振動の問題がクローズアップされることになり、その解決が強く望まれる。しかし、空調機器の羽根車内の流れは、レイノルズ数が比較的低く従来の産業用送風機などとは作動状態が異なる。そのために、これまでの設計がそのままではまるとは限らず、空調用の送風機に合った比較的低レイノルズ数での流れの把握に必要な解析方法が要望されている。最近では、数値シミュレーションが発達して、通常为非定常の粘性流れの基礎式を直接解くことも行われている<sup>(2)</sup>が、計算機の容量や時間が莫大であり実用的ではない。一方、従来から比較的簡便な方法として離散渦法<sup>(3)</sup>があるものの、本来これは高レイノルズ数の流れに適するものでこのような比較的低レイノルズ数には適応できない。

本論文では、従来の離散渦法に粘性を考慮したモデ

ルを導入することで、比較的低レイノルズ数に適用できる非定常の流れの解析方法を提案するものである。翼まわりの流れを3つの領域に分けて、従来の解析法を適用した粘性が支配的な境界層領域と離散渦法が適用できるポテンシャル流れの領域、それに今回新たに提案する境界層がはく離した後に形成されるせん断層領域に分ける。このせん断層領域に粘性渦のモデルを導入することによって、低レイノルズ数で翼からはく離流れが解析される。

### 2. 主な記号

$C$	: 翼弦長 mm または m
$n_r$	: 翼面上の法線ベクトル
$Q$	: 流量 m <sup>3</sup> /s
$Re$	: レイノルズ数
$t$	: 時間 s
$U_0$	: 主流速度 m/s
$u$	: 速度のx方向または $\xi$ 方向成分 m/s
$V$	: 離散渦で誘起される速度 m/s
$v$	: 速度のy方向または $\eta$ 方向成分 m/s
$w$	: 境界層外縁での速度 m/s
$x$	: 主流方向の座標 m

平成13年4月20日受理

\*1 機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

\*2 富士通 (Fujitsu Ltd.)

- $y_\delta$  : 境界層厚さ m
- $y_{peak}$  : 渦度が最大になる位置 m
- $y$  : 主流に垂直方向の座標 m
- $Z$  : ポテンシャル流れの任意の複素座標 m
- $\omega$  : 渦度 1/s
- $\Gamma$  : 循環  $m^2/s$
- $\xi$  : 境界層の翼面方向座標
- $\eta$  : 境界層の翼に垂直方向座標
- $\sigma$  : 標準偏差 m
- $\nu$  : 動粘性係数  $m^2/s$
- $\delta$  : 後流渦のコアサイズ m
- $\Delta t$  : 時間刻み m

添え字

- $dif$  : 拡散渦
- $f$  : 翼表面の渦点
- $R$  : ポテンシャル流れの参照点
- $pro$  : せん断流れの生成渦
- $w$  : 後流渦の渦点

3. 計算方法

図1に本計算の流れの領域分割の様子を示す。一様な流れの中に翼形翼が設置されている二次元非定常流れを考える。流れの領域を翼表面に発達する境界層の流れの領域①、後流を含む翼まわりのポテンシャル流れの領域②、それに発達した境界層が翼表面からはく離して形成されるせん断層の流れ領域③に分けて取り扱う。

3.1 ポテンシャル流れの解法 任意の翼まわりの流れをポテンシャル流れとして取り扱う場合、通常離散渦法<sup>(3)(4)(5)</sup>が用いられる。図2に示すように物体の輪郭を微小距離で分割して離散渦(図中●印)を配置する。

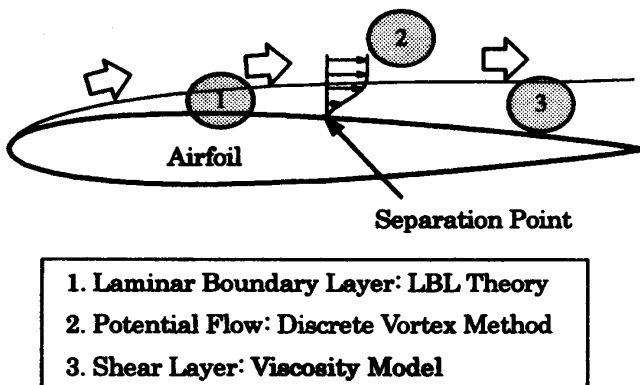


Fig. 1 Computational regions

この離散渦に物体の輪郭を置き換え、物体表面で流れが滑る(物体に沿って流れる)条件から渦の強度を決定する。さらに、物体表面から離散的に渦を放出させて後流を形成する。翼表面上に、 $m_f$ 個の微小渦 $Z_{ff}$ (図中の●印)を配置し、後流に $m_w$ 個の微小渦 $Z_{wl}$ を配置した場合の流れ内の任意の点 $Z_p$ で誘起される共役複素速度 $\bar{V}_p$ は次式で与えられる。

$$\bar{V}_p = \bar{U}_0 - \frac{i}{2\pi} \sum_{j=1}^{m_f} \frac{\Gamma_{ff}}{Z_p - Z_{ff}} - \frac{i}{2\pi} \sum_{l=1}^{m_w} \frac{\Gamma_{wl}}{Z_p - Z_{wl}} \quad (1)$$

ここで、 $\Gamma_{ff}$ は翼表面の各離散渦の循環強さ、 $\Gamma_{wl}$ は後流中の各離散渦の循環強さである。 $Z_p$ を物体表面の離散渦点間の midpoint (図中の×印)である参照点 $Z_r$ を取ると、そこで誘起される速度は、翼に沿わなければならないので次式を得る。

$$\bar{V}_R = \bar{U}_0 - \frac{i}{2\pi} \sum_{j=1}^{m_f} \frac{\Gamma_{ff}}{Z_R - Z_{ff}} - \frac{i}{2\pi} \sum_{l=1}^{m_w} \frac{\Gamma_{wl}}{Z_R - Z_{wl}} \quad (2)$$

$$\text{Re}[\bar{V}_R \cdot n_R] = 0$$

ここで、 $\text{Re}[\ ]$ は複素数の実部を取ることを意味し、 $n_R$ は参照点における翼表面に垂直方向の単位ベクトルを表わす複素数である。この式(2)の関係をすべての参照点(翼表面の渦点間のすべての midpoint)について表し、さらに渦保存の法則(ケルビンの定理)を附加条件として与えることで、物体表面に配置した離散渦を定める条件が決まる。それらを連立して Gauss の消去法によって、物体表面の離散渦の循環強さを求める。

時刻  $t$  において後流中にある離散渦  $Z_{wk}(t)$ 、 $\Gamma_{wk}(t)$  が  $\Delta t$  経過後に移動する位置  $Z_{wk}(t + \Delta t)$  は次式で与えられる。

$$\text{Re}[Z_{wk}(t + \Delta t)] = \text{Re}[Z_{wk}(t)] + u_{wk}(t)\Delta t$$

$$\text{Im}[Z_{wk}(t + \Delta t)] = \text{Im}[Z_{wk}(t)] + v_{wk}(t)\Delta t \quad (4)$$

ここで、 $\Delta t$  は時間刻みであり、 $u_{wk}$ 、 $v_{wk}$  は後流渦が誘起される速度で次式で表わされる。

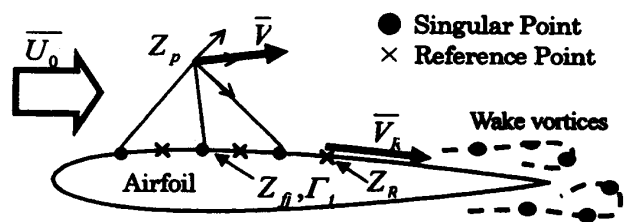


Fig. 2 Diagram of vortex method

$$\overline{V_{wk}} = \overline{U_0} - \frac{i}{2\pi} \sum_{j=1}^{m_f} \frac{\Gamma_{fj}}{Z_{wk} - Z_{fj}} - \frac{i}{2\pi} \sum_{l=1}^{m_w} \frac{\Gamma_{wl}}{Z_{wk} - Z_{wl}} \quad (5)$$

以上の関係から、翼表面の離散渦の強さを求め、それをもとに  $\Delta t$  後の後流の離散渦の移動を計算する。後流渦の位置が変化すると翼表面の流れが翼に沿う条件を満足しなくなるために、翼表面の離散渦の強さ分布を再び求める。そのようにして、時間を進めていき非定常の流れの挙動を求める。

離散渦法では、離散化された自由渦同士が接近しすぎると、式(5)によって求められる誘起速度は実際とは異なる非常に大きなものとなる。そのために非現実的な速度が生じないように各離散渦にコアを配置する。本研究では、離散渦の発生ははく離せん断層に続いて放出されるため、放出時の渦ははく離せん断層からスムーズにつながる必要がある。離散渦法のコアのモデルはLambとOseenのものがある<sup>(6)</sup>。図3のように、このモデルと後述の粘性モデルの式(11)とを比較することで、速度比が最大となる位置  $1.5\sigma$  をコアとして、次式からコアサイズを設定した。

$$\delta(t) = 1.5\sigma = 2.12 \sqrt{\frac{t+t'}{\text{Re}}} \quad (6)$$

ここで、 $t'$  は初期拡散の時間割合で、せん断層の計算結果から得られるものである。

**3.2 境界層の解法** 空調用の送風機の羽根車のようなレイノルズ数が低い場合の流れは、今までの実験によって翼面上に発達する境界層が層流であることが明らかにされている<sup>(7)</sup>。ここでは、層流境界層の発達を層流境界層の理論<sup>(5)(8)</sup>により求める。

図4に境界層計算の格子モデルを示す。境界層は前

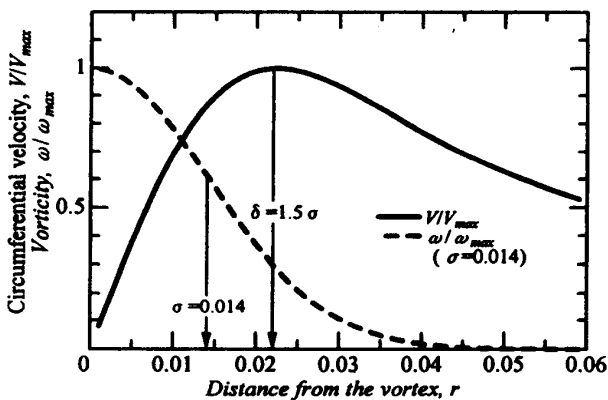


Fig.3 Relationship of Gaussian vorticity and Lamb's velocity

縁部分で薄く、発達するに連れて次第に厚くなる。一般に厚みがかなり薄いので、境界層内では流れに直角方向の特性量が流れ方向のそれに比べてかなり小さい。そのため、それらを見捨てる境界層近似が行われる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

境界層厚さの流れ方向の変化が大きいため、境界層内の流れの特性を流れ方向の位置によらず精度良く算出するには、境界層の厚さを基準とした式に変換を行う必要がある(図4参照)。境界層厚さは流れのレイノルズ数の平方根にほぼ逆比例することを考慮すると境界層内の座標は次のように与えられる。

$$\xi = x$$

$$\eta = \left( \frac{y}{C} \sqrt{\text{Re}} \right) / \delta \quad (8)$$

これを用いて式(6)は次式となる。

$$u \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{v - u\eta\delta'}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} = w \frac{dw}{d\xi} + \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} - \eta \frac{\delta'}{\delta} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0$$

ここで、境界層厚さ  $\delta$  は速度が主流速度の99%となる位置とした。式(9)で  $w$  はその部分での境界層外縁での速度である。また、 $w \frac{dw}{d\xi}$  は境界層外縁での速度の流れ方向の勾配である。

式(9)を1次の精度の差分近似を行って数値的に流れ方向に順次解いていく。そうして、境界層がはく離するところまで計算を進める。

境界層のはく離は境界層近似では厳密には求めることはできない。そこで、本研究では翼面上において速度の  $y$  方向勾配がゼロへ接近する条件から定めた。ここでは、計算が発散しない限界の  $\partial u / \partial y \approx 0$  となること

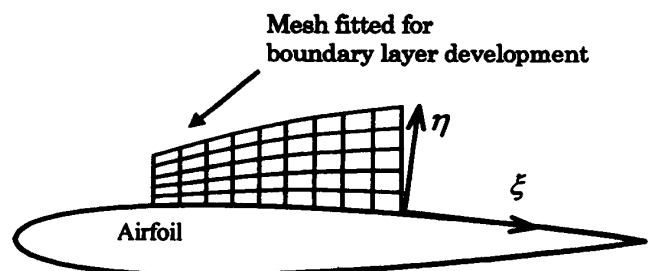


Fig. 4 Grid array for boundary layer calculation

は確認している。

**3.3 はく離せん断層の解法** 境界層がはく離してせん断層を形成すると、そこでは流れ方向と逆流との激しい混合流れが生じる。ここでは、もはや境界層近似が成立しなくなりかつ主流のようなポテンシャル流れとも異なっている。したがって、この領域には粘性を考慮した新たな渦有り流れの取り扱いを必要とする。通常このような流れの取り扱いは、N-S方程式を直接解くことにより行われるが、その場合は非定常流れの解法には計算機の容量と能力に多大の負荷がかかる。したがって、設計現場などでは実用的ではない。ここでは、この領域に粘性拡散渦<sup>9)</sup>のモデルを導入することで、粘性拡散渦せん断層の発達を捉えるものである。

せん断層の発達とともに、拡散は主として流れに直角方向へ進むので、この過程は1次元の渦度輸送方程式で表される。

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nu \nabla^2 \omega \tag{10}$$

ここで、右辺は渦の拡散を表すもので、y方向のみを考える。1つの渦の移動にともなった拡散の変化に注目すると式(9)は次式となる。

$$\frac{d\omega}{dt} = \nu \frac{d^2\omega}{dy^2} \tag{11}$$

ここで、 $\nu$ は動粘性係数で、乱流の場合にはここに渦粘性係数を導入することで表すことができる。式(10)

は常微分方程式であり、その一般解は次式で表される。

$$\omega = \frac{\Gamma}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(y-y_{peak})^2}{2\sigma^2}\right\} \tag{12}$$

これは、ガウスの分布を示す。ここで、 $\sigma$ は標準偏差で $\sigma = \sqrt{2\nu t}$ により与えられる。 $y_{peak}$ は壁面を基準として渦度のピークを示す位置である。また、 $\Gamma$ はその断面の渦度の総和である。この解は渦度が粘性あるいは渦粘性にしたがって拡散する様子を表したものであるが、解の中の $\Gamma$ は変化しない。このことは、式(12)で表される流れでは、拡散の過程においても場全体の渦度の総和は保存されることを意味している。

はく離したせん断層領域の流れのモデルを図5に示す。はく離した境界層が翼からはく離して拡散をしながら流れていく。それにともなって、翼面と対流するせん断流れの領域で挟まれた流体はせん断流れに吸い込まれていく。そのために、挟まれた領域では下流側から上流へ逆流が生じる。この逆流は翼の表面にせん断層の対流渦とは逆向きの渦を生じる。したがって、本計算ではこの領域の流れが、拡散しながら対流する渦と逆流で生じる渦によって決定されるとした。これらの渦をそれぞれ拡散渦、生成渦と呼び図中のように配置する。このせん断領域が式(11)で表されるとすると、これは線形で重ね合わせができる。したがって、これらの拡散渦と生成渦の和を用いることで、この領域の状態が表される。そのうち、拡散渦の循環量は上述のように対流中は変化しないとし、拡散の割合を表す標準偏差は乱流渦粘性等で決定される。計算では、対流する拡散渦についてはラグランジュ的の見方をしてるので、その時間経過を追う必要がある。すなわち、拡散渦は時間進行とともにx方向へ対流する。新たな時間におけるせん断層内の拡散渦の分布は、流れ内の渦によって誘起される速度から定まる。これをもとに、生成渦を求める断面での拡散渦の分布は補間することで求まる。翼表面の生成渦の循環 $\Gamma_{pro}$ は、翼面上のすべり無し条件により決定する。図5中の断面2におけるyの位置での流れ方向速度は、vの流れ方向の変化が非常に小さいとすると、次式により表される。

$$u(y) = \int_{-\infty}^y (\omega_{dif} + \omega_{pro}) dy \tag{13}$$

ここで $\omega_{dif}$ は対流する渦の断面2における渦度、 $\omega_{pro}$ は生成渦の渦度である。すべり無しの条件より式(13)の左辺は $y=0$ でゼロである。従って次式を得る。

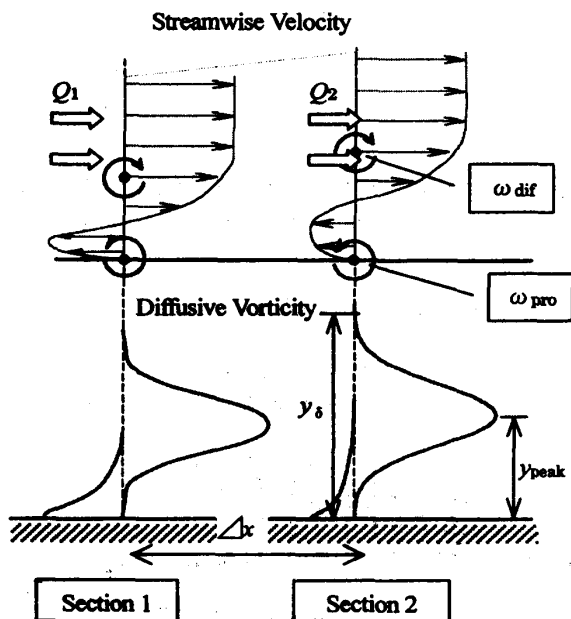


Fig. 5 Diagram of viscosity model

Table 1 List of computational Conditions

Airfoil	Chord, C	Max. Thickness	Re
NACA0015	60 mm	15 mm	$6.0 \times 10^3$
			$3.0 \times 10^4$
			$1.2 \times 10^5$

$$0 = \int_{-\infty}^0 (\omega_{dif} + \omega_{pro}) dy = \int_{-\infty}^0 \omega_{dif} dy + \frac{\Gamma_{pro}}{2} \quad (14)$$

したがって、式(14)より生成渦の循環が求まる。また、生成渦の渦度の分布はせん断層領域の流れ方向の微小長さについて連続の条件を当てはめることによって求められる。図5中の微小部分に流入する流量 $Q_1$ は、断面2から流出する流量 $Q_2$ と等しく、それは次式によって表される。

$$Q_1 = Q_2 = \int_0^{y_s} \int_0^{y_s} (\omega_{dif} + \omega_{pro}) dldy \quad (15)$$

書き直すと次式を得る。

$$\int_0^{y_s} \int_0^{y_s} \omega_{pro} dldy = Q_1 - \int_0^{y_s} \int_0^{y_s} \omega_{dif} dldy \quad (16)$$

したがって、生成渦の渦度分布を次式のように置くと、生成渦の標準偏差 $\sigma_{pro}$ が求まる。

$$\omega'_{pro} = \frac{\Gamma'_{pro}}{\sqrt{2\pi\sigma_{pro}^2}} \exp\left(-y^2 / 2\sigma_{pro}^2\right) \quad (17)$$

#### 4. 計算条件

計算は翼形翼での層流境界層のはく離の流れについて行った。表1に示すように、レイノルズ数は翼弦長を基準として $Re=6.0 \times 10^3$ 、 $3.0 \times 10^4$ および $1.2 \times 10^5$ で

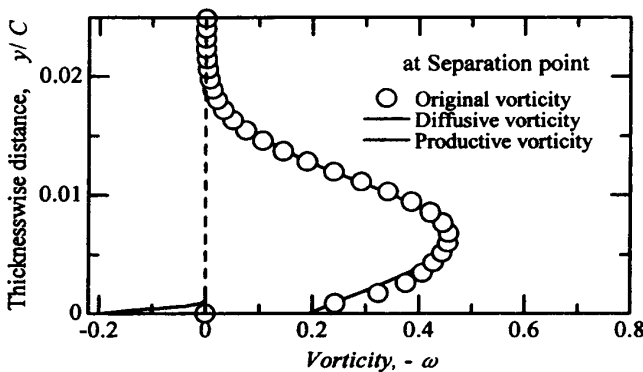


Fig.6 Comparison of vortices between boundary layer calculation and this model at separation point

ある。このような遷移レイノルズ数では翼面に発達する境界層が層流であることは、実験によって確認をしている<sup>(7)</sup>。

翼面上に配置する渦点数は、今までの研究から遷移レイノルズ数では渦点数の影響を大きく受けることがわかっており<sup>(5)</sup>、それを考慮して400点と従来の場合に比べてかなり多くした。

#### 5. 計算結果および考察

図6は境界層はく離断面における渦度分布を、境界層速度分布から求めたものと生成渦と対流渦の粘性モデルから求めたものを比較したものである。図中の○は境界層の速度分布から求めた渦度のy方向分布である。一方、この渦度分布を対流する拡散渦の分布と翼面上の生成渦の2つで近似したものが、それぞれ実線と破線である。生成渦は壁近傍の極限られた部分のみに現れていることがわかる。また、対流する渦のガウス分布がはく離断面においても渦度分布を良く現していることがわかる。

図7はせん断層の流れ方向への拡散渦の変化の様子を示している。はく離断面では、図中に実線で示すようにせん断層の幅が狭く中心で渦度がかかなり大きくなっているが、それがわずかに下流へいくと拡散が急激に進み、せん断層の幅が広がりピークのレベルが低下していることがわかる。これは、さらに下流へ移動し

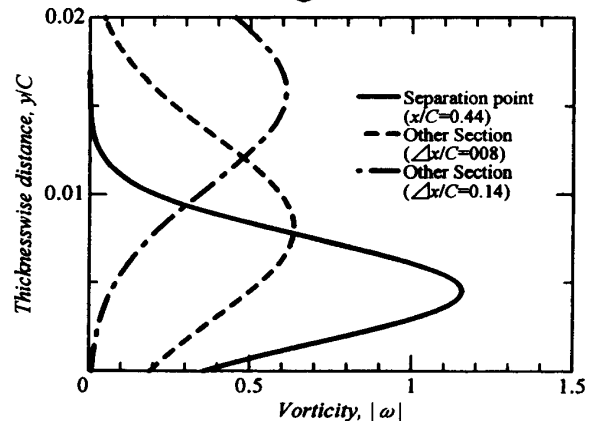
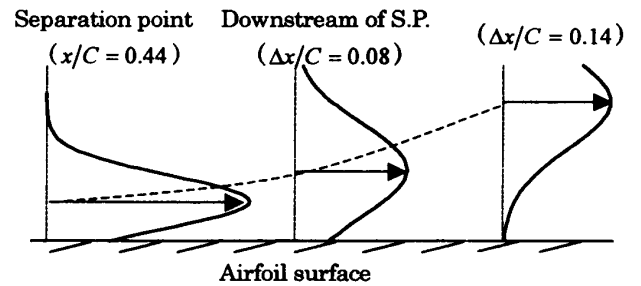


Fig. 7 Development of diffusive vortex

でもピークの大きさや幅はほとんど変わらず、はく離せん断層の拡散が発生の初期において著しいことを表している。また、ピークのy方向位置が翼面 (y=0) からしだいに離れていく様子もわかる。

図8は従来の離散渦法と今回の方法との後流の挙動の比較をしたものである。従来の離散渦法では、図8(a)に示すように境界層計算から得られるはく離点から離散渦を放出させても、渦が翼表面に沿って後縁へ進むためにははく離流れとはなっていない。そのため、後流は上下の渦が翼下流のしばらくは平行に接して流れ、だいぶ下流になってわずかに巻き始まりだしている。これは図8(c)の同程度のレイノルズ数で行った実験結果と比較すると流れの現象がまったく異なっていることがわかる。図8(a)の通常の離散渦法では高レイノルズ数の流れの挙動を表現するもので離散渦のコアをレイノルズ数に合わせても正しい流れをシミュレーションできないことがわかる。一方、図8(b)に示した今回の方法は、はく離点から流れが翼に沿わずせん断層が発達している様子がわかる。そのため、後流では上下のせん断層が干渉を起こして大きなカルマン渦を形成している様子が見られる。これは図8(c)の実験ともよく合っている。

図9は時間平均の後流の速度欠陥分布 $u_1/u_{1m}$ を示している。図中の実線は遠方後流の相似則を表すもので、通常次式で示される。

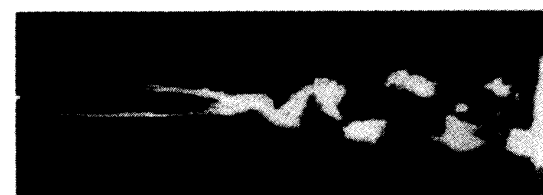
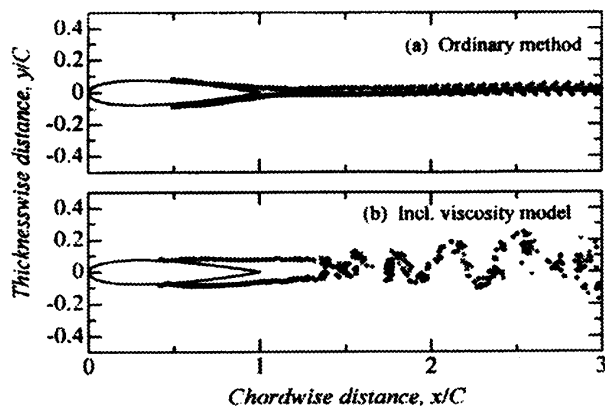
$$\frac{u_1}{u_{1m}} = \exp\left(-0.693y^2/b_{1/2}^2\right) \tag{18}$$

ここで、 $b_{1/2}$ は半値幅で、 $u_1$ は後流の速度欠陥、 $u_{1m}$ はその最大値である。計算結果は、相似則の分布に良く合っている。

図10は半値幅の流れ方向分布を示している。図中の○印は、今回の計算結果である。実線の遠方後流の相似則(式(19))と比較すると、翼後縁に近いところでは差が大きい。

$$b_{1/2} = 0.25\sqrt{C_D D \cdot x} \tag{19}$$

後縁に近いところではカルマン渦の巻き上がりなどで遠方後流の相似則が成り立たないことが知られており、本計算においても、カルマン渦の形成領域では相似則と一致せず勾配が大きくなっている。それは渦の巻き上がりにより相似則より流れ方向への混合拡散が進んでいることを示す。一方、下流になるにつれてしだいに両者が近づいていることがわかる。このことから、本計算においても後流の拡散がほぼ現されていることがわかる。



(c) Experiment

Fig. 8 Unsteady low pattern at  $Re=3.0 \times 10^4$

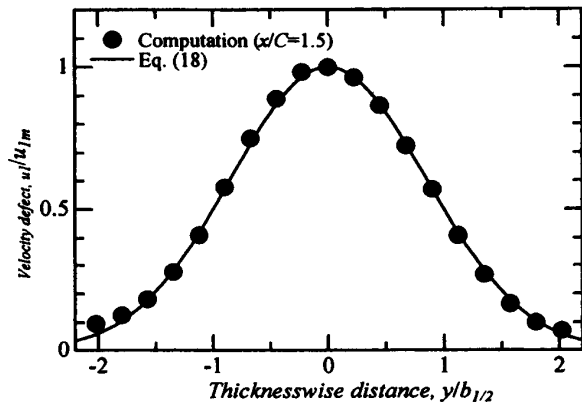


Fig.9 Comparison of velocity distribution between computation and theory

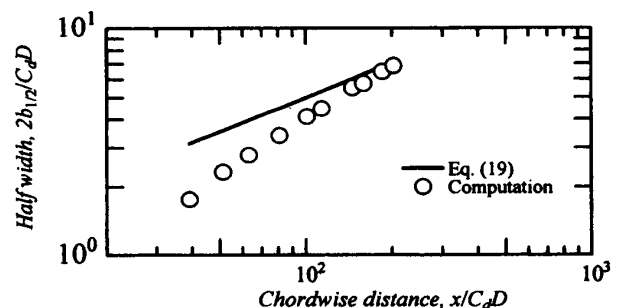


Fig.10 Comparison of width of wake between computation and theory

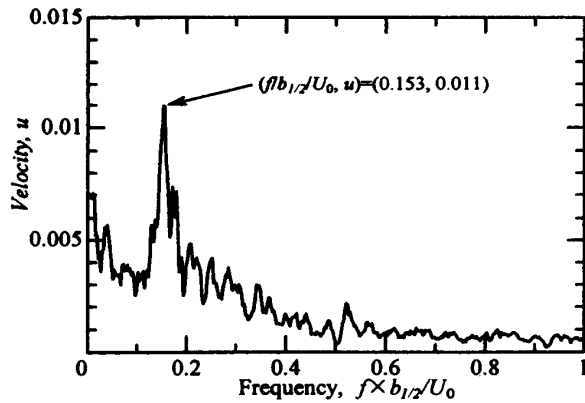


Fig.11 Spectrum distribution of velocity fluctuation in wake

図11は後流中の速度変動の周波数特性を示したものである。横軸は後流の半値幅を基準とした無次元周波数、縦軸は主流速度で無次元化した速度変動である。無次元周波数が0.15付近に卓越したピークが見られる。これは後流のカルマン渦による変動の周波数であり、以前の実験による無次元周波数とよく一致している<sup>(7)</sup>。

## 5. 結論

はく離せん断層に粘性を考慮した粘性渦領域を導入した離散渦法を提案し、遷移レイノルズ数での非定常流れを計算した。その結果以下の結論を得た。

- 1) 境界層のはく離点で、はく離せん断層を粘性を考慮したガウス分布により近似すると、渦度分布が良好に現される。
- 2) 通常の離散渦法では、遷移レイノルズ数の流れはうまくシミュレーションできないが、粘性渦領域を導入することで、かなり実際に近い流れがシミ

ュレーションすることができた。

- 3) 本計算により得られた時間平均の後流特性量および、変動の周波数が実験によく合い、定量的にも本計算法が有効であることが示された。

## 文献

- (1) 児玉, 林, 佐柳, 木下, スクロールレス遠心送風機の乱流騒音について, 日本機械学会論文集B編, 66-650, pp2577-2584(2000)
- (2) 森西, 里深, 疑似圧縮性解法を用いた2次元円柱渦励振動の数値計算, 第14回数値流体力学シンポジウム, C02-2(2000)
- (3) J.Katz, A.Plotkin, Low-speed Aerodynamics From Wing Theory to Panel Methods, McGraw-Hill, 1991
- (4) M.Peters, H.Hoeijmakers, A Vortex sheet method applied to unsteady flow separation from sharp edges, J. Computational physics, 120, pp88-204(1995)
- (5) 林, 佐々木, 児玉, 清水, 翼形翼に発達する層流境界層の解析, 長崎大学工学部研究報告, 29-53, 167-172(1999)
- (6) Sarpkaya, Computational Methods with Vortices, 1988 Freeman Scholar Lecture, Journal of Fluids engineering, 111, pp.8-32 (1989)
- (7) 林, ほか3名, NACA翼形における後流渦形成と離散周波数騒音の関係に関する実験的研究, 日本機械学会論文集B編, 61-586, pp2109-2114(1995)
- (8) S.Belotserkovsky, Two-dimensional Separated flows, CRC Press, 1993
- (9) 鈴木, 渦法におけるガウス型微少渦モデルを用いた形状表現, 日本機械学会講演論文集, 998-2, 131-132(1999)