



Title	数値制御工作機械による4軸制御加工：第1報：工具切れ刃の固定点を用いる場合の工具経路
Author(s)	小島, 龍広; 西田, 知照; 扇谷, 保彦
Citation	長崎大学工学部研究報告 Vol.32(58) p.39-46, 2002
Issue Date	2002-01
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10069/5183">http://hdl.handle.net/10069/5183</a>
Right	

This document is downloaded at: 2020-10-30T08:39:06Z

# 数値制御工作機械による4軸制御加工 (第1報：工具切れ刃の固定点を用いる場合の工具経路)

小島 龍 広\* · 西田 知 照\*  
扇 谷 保 彦\*

## Four-axis Control Processing Using NC Machine Tools (1st Report : Tool Path for Cutting with a Fixed Point on Tool Edge)

by

Tatsuhiko KOJIMA\*, Noriteru NISHIDA\*  
and Yasuhiko OUGIYA\*

In this report, the work shape is supposed as a polyhedron constructed by many sides connecting adjacent discrete points with lines. The way to decide tool posture and the formula to calculate tool path are discussed for the work shape requiring 4-axis control machining. The method to calculate tool path for cutting with a fixed point on tool edge to reduce the transfer of tool edge profile error to the work is also shown. A work with ellipse surface is cut to compare the machining accuracy between 3-axis control machining and cutting with a fixed point on tool edge by 4-axis control machining. The machined surface of work is measured by CNC three-dimensional coordinate measurement equipment and compared with the theoretical shape.

### 1. 緒 言

近年、製造分野における製品のライフサイクルはますます短縮化され、しかも製品のデザインは多様化している。このため、金型などの複雑な自由曲面形状をした加工物の高速・高精度加工が要求されている。単純な加工形状であれば3軸制御で加工できるが、複雑な形状になると4～5軸の多軸制御加工を必要とする。多軸制御で加工する場合、CAMの支援が不可欠であるが、現在、工具経路算出、工具姿勢の決定、干渉チェックなどのすべてが完全に解決されているわけではない。

解析的手法を基礎とした、等勾配法による5軸制御加工に関するアルゴリズムを確立し<sup>1)~3)</sup>、すでに3軸制御加工時の関数形曲面<sup>4)</sup>および離散形曲面に対する工具経路算出法を報告した<sup>5)</sup>。現在のNC装置の大部分は直線補間指令により加工が行われ、CAMでNCデータを作成する場合、工作物形状を格子状の離散点データとして定義し、工具経路が算出されることが多い。前報告<sup>6)</sup>では、離散点データの工作物形状の勾配

情報として、一辺勾配法を用いた場合には加工誤差が生じるが、二辺勾配法を用いれば理論的には加工誤差が生じないことを示した。

金型などの曲面加工では、主に工具としてボールエンドミルが用いられる。工作物形状が平坦な部分では、ボールエンドミルの先端部付近で加工することになるが、先端部では周速がゼロとなり切削性が悪く、加工面が精度良く仕上がらない。従って、先端部を避けて加工したい場合には工具軸を傾ける必要がある。また、3軸加工では工具軸が垂直に固定されるので、加工できる工作物の形状が限定される。さらに、ボールエンドミルの切れ刃輪郭は完全な半球の形状としては作られておらず、切れ刃輪郭は形状誤差を持つ。3軸加工では工作物形状の勾配に対応して、工具切れ刃の切削点の位置も変化するので、切れ刃の形状がそのまま転写され、切れ刃形状誤差の影響が現れる。従って、切れ刃輪郭の形状誤差の影響を無くし加工精度を上げるためには、切れ刃輪郭上の指定された一点を用いた加工が有効である。このような加工を必要とする場合に

平成13年10月26日受理

\*機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

はA軸を付加し、工具軸を傾けた4軸制御加工を行う必要がある。本報告では、工具の直線補間運動を前提とし、工作物形状が離散形で表された場合の4軸制御加工における工具姿勢の決定法および工具経路算出アルゴリズムを示す。

### 主な使用記号

$x, y, z$	工作物座標系
$w_x, w_y, w_z$	工作物表面上の一点の座標値
$r, \eta, \theta$	工具座標系
$o_x, o_y, o_z$	工作物座標系での工具原点の座標値
$\beta$	工作物座標系における工具姿勢角
$T_{cx}, T_{cy}$	$x, y$ 方向の工具輪郭勾配
$T_{wx}, T_{wy}$	$x, y$ 方向の工作物形状勾配
$dr/d\eta (= T_\eta)$	工具座標系の工具輪郭勾配

## 2. 4軸制御加工に関する等勾配法の基礎式

本報告では、工作物形状は離散点間を直線で結んだ多面体とみなす。また、工作物表面上のすべての座標点を、フィード方向およびピックフィード方向のそれぞれに関して二つの辺の勾配を持つ尖点と考え、座標点の一点に対し一つの工具位置が対応するようにする。

### 2.1 座標系の定義と工具切れ刃輪郭の表現

図1は4軸制御加工の工作物座標系 $x-y-z$ と工具座標系 $\xi-\zeta-\eta$ の関係を示す。工作物座標系 $x-y-z$ は固定座標系とする。工具座標系 $\xi-\zeta-\eta$ は工具の運動と共に動く運動座標系である。図1(a)に示すように、工具切れ刃上の任意の一点 $P(r, \eta, \theta)$ の座標を、工具軸断面の輪郭 $r, \eta$ および工具軸回りの回転角 $\theta$ で表す。工具座標系の原点 $O_c$ は工具先端にとり、この工具原点 $O_c$ の工作物座標系での位置を $(o_x, o_y, o_z)$ で表している。図1(b)に示すように、工具座標系で表した工具切れ刃上の一点 $(r, \eta, \theta)$ に対し、 $y$ 軸まわりに $\beta$ の回転を与え、工具原点を工具座標系の点 $(o_x, o_y, o_z)$ へ移動させ、その結果を工作物座標系で表すと次式となる。

$$\begin{aligned} x &= o_x + \eta \sin \beta + r \cos \beta \cos \theta \\ y &= o_y + r \sin \theta \\ z &= o_z + \eta \cos \beta - r \sin \beta \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

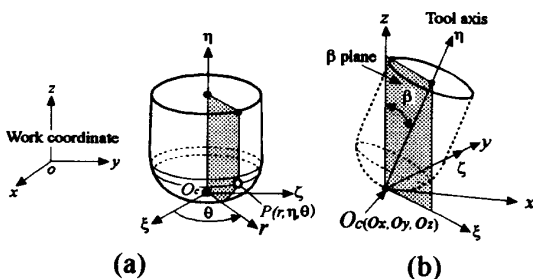


Fig. 1 Relationship between work coordinate  $x-y-z$  and tool coordinate  $\xi-\zeta-\eta$

### 2.2 工具輪郭勾配

工具切れ刃輪郭上の任意の点 $P(r, \eta, \theta)$ における接平面の $x-z$ 断面、および $y-z$ 断面における工具輪郭勾配 $T_{cx}, T_{cy}$ は式(1)についての $x$ および $y$ 方向の偏導関数から求められ<sup>4)</sup>、次式で表される。

$$T_{cx} = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\cos \beta \cos \theta - \sin \beta \frac{dr}{d\eta}}{\sin \beta \cos \theta + \cos \beta \frac{dr}{d\eta}} \quad (2)$$

$$T_{cy} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\sin \theta}{\sin \beta \cos \theta + \cos \beta \frac{dr}{d\eta}}$$

### 2.3 工作物形状勾配

離散形工作物表面上のフィード方向を $i$ 、ピックフィード方向を $j$ とし、 $x, y$ 軸方向についての接線の勾配 $T_{wx}, T_{wy}$ を差分形式で表すと次式となる<sup>5)</sup>。

$$T_{wx} = \frac{\Delta w_x^i \Delta w_z^j - \Delta w_x^j \Delta w_z^i}{\Delta w_x^i \Delta w_y^j - \Delta w_x^j \Delta w_y^i} \quad (3)$$

$$T_{wy} = \frac{\Delta w_x^j \Delta w_z^i - \Delta w_x^i \Delta w_z^j}{\Delta w_x^i \Delta w_y^j - \Delta w_x^j \Delta w_y^i}$$

ただし、 $\Delta w_x^i$ はフィード方向の $x$ の差分値である。

### 2.4 工作物の実体側の判定

工具姿勢角 $\beta$ の決定に当たっては、与えられた工作物形状座標値およびその形状から算出される形状勾配 $T_{wx}, T_{wy}$ の値が利用される。工具は接平面に対して工作物の非実体側に置かれなければならないが、工作物形状およびその勾配情報の何れにも工作物の実体情報は含まれていない。つまり、実体が接平面のどちら側にあるかが $T_{wx}, T_{wy}$ で表された勾配からは判定できない。図2に示すように、勾配 $T_w$ は勾配角 $A$ を用いて次式で表現できる。

$$T_w = \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \quad (4)$$

一方、工作物に関する接線勾配は、 $x, y, z$ 方向の増分を用いて表現すると次式となる。(偏導関数の幾何学的意味から、 $x, y$ 方向の増分は同じであるので、これを $D$ で表し、 $x, y$ 方向の増分のそれぞれに対する $z$ 方向

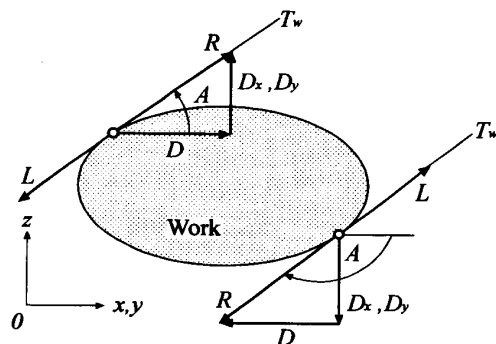


Fig. 2 Oriented tangents and their real body sides

の増分を $D_x, D_y$ を用いて表現する).

$$\begin{aligned} T_{ux} &= \frac{D_x}{D} \\ T_{wy} &= \frac{D_y}{D} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、式(3)から、 $D, D_x, D_y$ はそれぞれ次式となる.

$$\begin{aligned} D_x &= \Delta w_x^i \Delta w_z^j - \Delta w_x^j \Delta w_z^i \\ D_y &= \Delta w_y^i \Delta w_z^j - \Delta w_y^j \Delta w_z^i \\ D &= \Delta w_x^i \Delta w_y^j - \Delta w_x^j \Delta w_y^i \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、勾配が分数でない場合には $D=1$ とみなす.

$x, y, z$ 方向の増分と勾配角 $A$ との関係を次式に示す.

$$\sin A_x = \frac{D_x}{\sqrt{D^2 + D_x^2}}, \quad \cos A_x = \frac{D}{\sqrt{D^2 + D_x^2}} \quad (7)$$

$$\sin A_y = \frac{D_y}{\sqrt{D^2 + D_y^2}}, \quad \cos A_y = \frac{D}{\sqrt{D^2 + D_y^2}} \quad (8)$$

式(7)および式(8)の第1式、第2式の符号の組み合わせから、勾配角 $A_x, A_y$ を $2\pi$ の範囲で判定できる. すなわち、接線勾配 $T_{ux}, T_{wy}$ の代わりに、 $x, y, z$ 方向の増分を用いて表現すると、図2に示すように、接線が方向接線 $R$ あるいは方向接線 $L$ となる. また式(6)における $D, D_x, D_y$ の符号をそれぞれ調整（勾配 $T_w$ は不変）することにより、実体部を常に図2に示す方向接線 $R$ の右側に存在させることが可能である. 具体的に述べると、図3に示す工作物の形状勾配 $T_w$ で表される接線勾配角 $A (= \tan^{-1} T_w)$ は $-\pi/2 \sim \pi/2$ の範囲で定義される. 同じ値の接線勾配 $T_w$ を持つ点 $P$ と点 $Q$ の二つの点について工具位置を求めると、点 $P$ における実体部は曲面の下側にあるので形状勾配が定義の範囲に含まれ正しい工具位置が得られる. しかし、点 $Q$ において方向接線が $L$ をとる場合、工具位置は工作物の実体側に入ってしまう. 従って、 $D < 0$ となるように調整して方向接線が $R$ をとるようにする必要がある. すなわち、実体部が曲面の下側にある場合は曲面上の分かりやすい一点について $D > 0$ となるように、一方、実体部が曲面の上側にある場合は $D < 0$ となるように式(6)の符号を調整すると、曲面上のすべての点における実

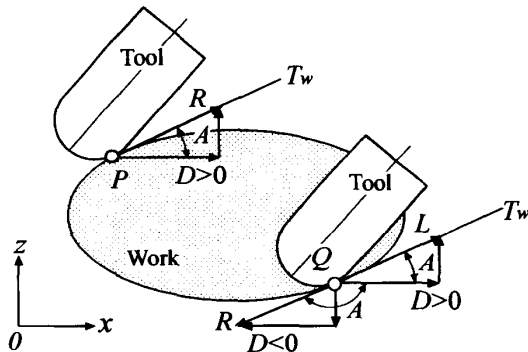


Fig. 3 Relationship between real body side and tool position

体部は方向接線 $R$ の右側に存在する. 工作物表面上の一点についてこの調整を行えば工作物曲面に関する接線勾配が $0 \sim 2\pi$ の範囲で変化しても、 $D, D_x$ の符号変化によって工作物の実体側を判定できる. (以下 $D, D_x, D_y$ で表現される方向接線は図2に示す方向接線 $R$ とする.) 図2に示す $x, y$ 方向の方向接線 $R$ の勾配角 $A_x, A_y$ は次式となる.

$$A_x = \pm \cos^{-1} \frac{D}{\sqrt{D^2 + D_x^2}} \quad \begin{cases} + \dots D_x \geq 0 \\ - \dots D_x < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$A_y = \pm \cos^{-1} \frac{D}{\sqrt{D^2 + D_y^2}} \quad \begin{cases} + \dots D_y \geq 0 \\ - \dots D_y < 0 \end{cases} \quad (10)$$

## 2.5 工具切れ刃上の切削点

工具切れ刃上の切削点の算出には、工作物加工点における接平面と工具切れ刃上における接平面が一致するという性質を利用する. すなわち、

$$T_{cx} = T_{ux} \quad (11)$$

$$T_{cy} = T_{wy}$$

式(2)の左辺に、式(5)の工作物勾配 $T_{ux}, T_{wy}$ を代入し、 $\theta, dr/d\eta$ について解くと、工具切れ刃上の切削点 $(r, \eta, \theta)$ を決定する条件として式(12), (13)が得られる.

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{D_y}{D \sin \beta + D_x \cos \beta} \right) + n\pi \quad (n=0, 1) \quad (12)$$

$$(D \sin \beta + D_x \cos \beta < 0 \dots n=1)$$

$$\frac{dr}{d\eta} = T_\eta = \frac{D \cos \beta - D_x \sin \beta}{\sqrt{(D \sin \beta + D_x \cos \beta)^2 + D_y^2}} \quad (13)$$

ここで、 $dr/d\eta$ は運動座標系である工具座標系で表した工具勾配であり $T_\eta$ で表す. 工具輪郭は任意形状が使用できるが、ここでは一般的なラジラスエンドミルについて定義する. 工具半径 $R$ , コーナー半径 $r_s$ をパラメータとすると工具輪郭 $r, \eta$ は式(14), (15)で表すことができる.

$$r = R - r_s + \frac{r_s}{\sqrt{1 + T_\eta^2}} \quad (14)$$

$$\eta = r_s - r_s \sqrt{\frac{T_\eta^2}{1 + T_\eta^2}} \quad (15)$$

## 2.6 工具原点の位置

工具切れ刃上の切削点 $P(r, \eta, \theta)$ を工作物上の加工点 $W(w_x, w_y, w_z)$ に一致させることによって、工具原点の位置 $(o_x, o_y, o_z)$ が得られる. 工作物形状の勾配情報として二辺勾配法を用いる<sup>6)</sup>. 図4に示す三角形 $Sf$ と三角形 $Sr$ の二つの三角形の接平面の勾配を利用する. 三角形 $Sf$ に対する $x$ 軸および $y$ 軸方向の接線勾配は式(10)で表され、三角形 $Sr$ に対する接線勾配は式(17)で表される.

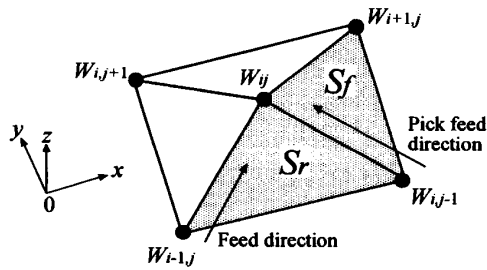


Fig. 4 Feed and pick feed directions on discrete work surface

$$T_{wxf} = \frac{\Delta w_y^i \Delta w_z^{i-1} - \Delta w_y^{i-1} \Delta w_z^i}{\Delta w_x^{i-1} \Delta w_y^i - \Delta w_x^i \Delta w_y^{i-1}} \quad (16)$$

$$T_{wyf} = \frac{\Delta w_x^{i-1} \Delta w_z^i - \Delta w_x^i \Delta w_z^{i-1}}{\Delta w_x^{i-1} \Delta w_y^i - \Delta w_x^i \Delta w_y^{i-1}}$$

$$T_{wxr} = \frac{\Delta w_y^{i-1} \Delta w_z^{i-1} - \Delta w_y^i \Delta w_z^i}{\Delta w_x^{i-1} \Delta w_y^{i-1} - \Delta w_x^i \Delta w_y^i} \quad (17)$$

$$T_{wyr} = \frac{\Delta w_x^{i-1} \Delta w_z^{i-1} - \Delta w_x^i \Delta w_z^i}{\Delta w_x^{i-1} \Delta w_y^{i-1} - \Delta w_x^i \Delta w_y^i}$$

すでに述べたように、工作物表面の任意の一点での実体、非実体を判定した上で、二つの接平面に対応する工具切れ刃上の切削点を得られる。図5に示すように、求めた二つの切削点  $P_f(r, \eta, \theta)$ ,  $P_r(r, \eta, \theta)$  を同時に工作物の尖点についてのフィード方向の二辺に接触させると、離散形工作物形状に対する4軸制御加工時の工具原点が次式で得られる。

$$\begin{aligned} o_x &= w_x - \frac{T_{wf}a_i - T_{wi-1}a_{i-1} + c_{i-1} - c_i}{T_{wi} - T_{wi-1}} \\ o_y &= w_y \\ o_z &= w_z - \frac{T_{wi}T_{wi-1}(a_i - a_{i-1}) + T_{wi}c_{i-1} - T_{wi-1}c_i}{T_{wi} - T_{wi-1}} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、

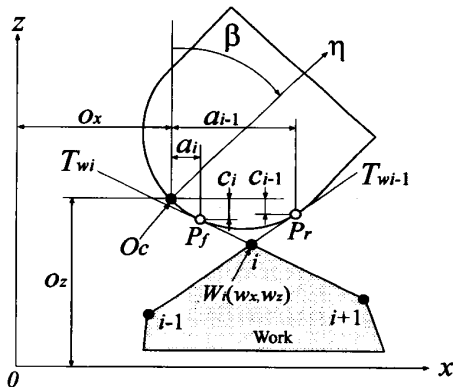


Fig. 5 Position of tool related to two side slopes

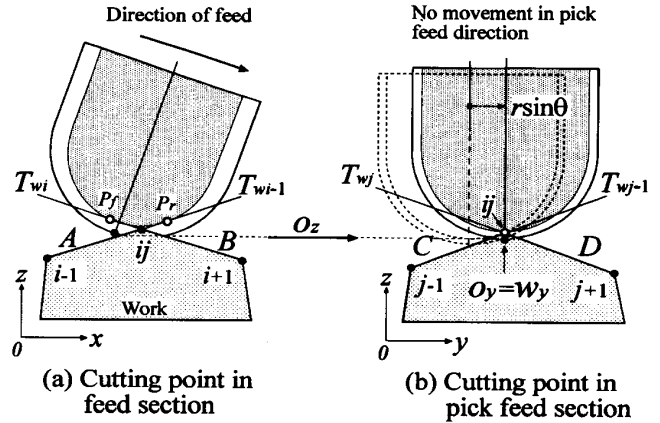


Fig. 6 Cutting point in feed and pick feed section in two side slope utilization

$$\begin{aligned} T_{wi} &= \frac{w_z^{i+1} - w_z^i}{w_x^{i+1} - w_x^i}, \quad T_{wi-1} = \frac{w_z^i - w_z^{i-1}}{w_x^i - w_x^{i-1}} \\ a &= \eta \sin \beta + r \cos \beta \cos \theta \\ b &= r \sin \theta \\ c &= \eta \cos \beta - r \sin \beta \cos \theta \end{aligned} \quad (19)$$

ただし、工作物上の加工点に対応する工具姿勢角  $\beta$  は与えられたとする。図6に二辺勾配法のフィード方向とピックフィード方向の工作物形状勾配と切削点の関係を示す。(a)のフィード方向では、辺Aの延長線と辺Bの延長線の二辺に同時に切れ刃の切削点が接触するように工具位置を定める。ピックフィード方向にも前後二つの勾配を持つので、二辺勾配法を利用したいが、フィード方向とピックフィード方向のそれぞれ二辺について同時に切れ刃を接触させることはできない。フィード方向の工具位置を満たし、さらに、ピックフィード方向の工具位置を一意に定めるためには、ピックフィード方向の勾配値を一つにする必要がある。前後二つの勾配の平均値に定めることもできるが、ここでは逆行における戻り誤差<sup>5)</sup>が小さくなるように定める。(b)のピックフィード方向における辺Cに対する切削点は工作物座標点  $ij$  と一致し、工具位置は破線の位置となる。工作物座標点  $ij$  と次の座標点  $j+1$  に対する工具運動勾配が辺Dの工作物勾配に等しくなるようにする。すなわち、フィード方向で定まった工具原点の座標  $o_z$  を固定した状態で、破線の工具位置を  $r \sin \theta$  だけ移動して、工具の  $y$  座標  $o_y$  を工作物の  $y$  座標  $w_y$  に一致させる。この方法を採用することによって、ピックフィード方向においても前後二辺の工作物勾配と工具運動勾配が等しくなり、戻り誤差が小さくなる。

### 3. 4軸制御加工を必要とする工作物形状と工具姿勢角 $\beta$ の決定法

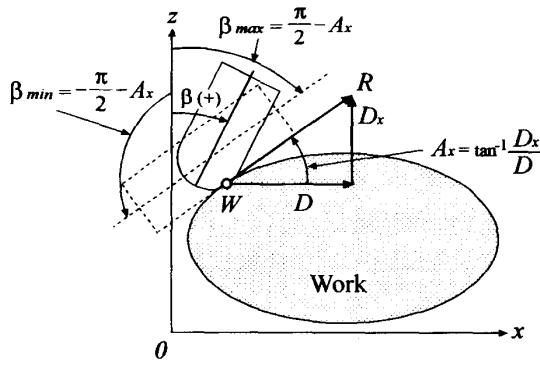


Fig. 7 Control range of angle  $\beta$

3.1 工具姿勢の最大制御空間

工作物表面上の任意の点に対して接平面があり、工具はその接平面の非実体側に置かなければならない。また、工具姿勢の制御可能空間を単位長さの工具軸が占有可能な領域として表現すると、それは接平面の非実体側の半球領域（単位長さの半径を持つ）となる。この半球、すなわち最大制御空間は、式(13)において  $dr/d\eta \geq 0$ （工具輪郭  $r=r(\eta)$  を  $dr/d\eta \geq 0$  の領域で定義している）と置くことにより、次式に示すように工作物表面点の接線勾配で表現できる。

$$\frac{\pi}{2} - A_x \geq \beta \geq -\frac{\pi}{2} - A_x \tag{20}$$

ここで  $A_x$  は接平面上の  $x$  方向の勾配角であり、次式で表される。

$$A_x = \tan^{-1} \frac{D_x}{D} + n\pi \quad \begin{cases} D \geq 0 \cdots n=0 \\ D < 0 \cdots n=1 \end{cases} \tag{21}$$

3.2 3軸制御加工が可能な条件

曲面加工においても、NCプログラム作成上は制御軸数が少ないことが望ましく、3軸制御のみで加工できれば加工コストが大幅に下がる。3軸制御で加工が可能となる条件は、加工面の形状および工作物の取り付け状況と関係し、工作物形状勾配で表現できる。工作物を機械座標系に従って取り付けられる場合、式(13)で  $\beta=0$  と置くと次式が得られる。

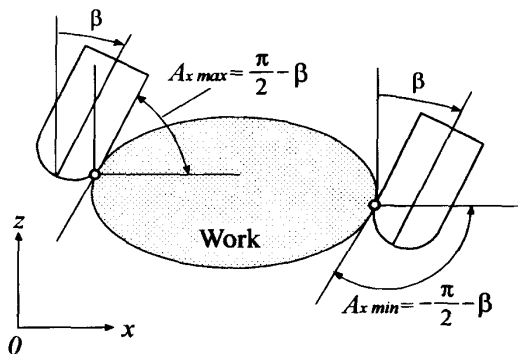


Fig. 8 Range of angle  $A_x$

$$\frac{dr}{d\eta} = \frac{D}{\sqrt{D_x^2 + D_y^2}} \tag{22}$$

切れ刃の形状を  $dr/d\eta \geq 0$  と定義しているため、式(22)から工作物形状について

$$D \geq 0 \tag{23}$$

の場合には3軸制御のみで加工できる。一方、 $D \geq 0$  が満足されない場合でも、工作物のある傾斜角度を持たせて取り付け、すなわち、工具を工作物に対しある姿勢角を持たせて固定すると、3軸制御で削り出すことが可能となる場合も多い。

式(20)に関する解釈として、 $D, D_x$  が一定で、 $\beta$  が変化すると考えた場合は、図7に示すように、工作物表面上の一つの点に対する工具の最大制御可能範囲を示していると解釈できる。そこで逆に、 $\beta$  が一定で、 $D, D_x$  が変化すると考えると、この場合は図8に示すように、 $\beta$  の姿勢を持つ工具が、3軸制御のみで加工できる工作物上の形状勾配の最大範囲を示していると解釈できる。すなわち、この場合は式(20)は次のように表現される。

$$\frac{\pi}{2} - \beta \geq A_x \geq -\frac{\pi}{2} - \beta \tag{24}$$

工作物表面上のすべての点についての接線勾配  $D, D_x$  が式(24)を満足すれば、工作物を工作物座標系に対し  $-\beta$  の角度に取り付けられれば、3軸制御でこの工作物表面を削り出すことができる。

3.3 4軸制御加工が可能な条件

$\beta$  軸の制御可能範囲は、式(20)と式(21)から次式となる。

$$\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{D_x}{D} \geq \beta \geq -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{D_x}{D} \tag{25}$$

式(25)を見ると、 $\beta$  の制御可能範囲は  $x$  方向の接線勾配だけに関係する。また、 $\beta$  は  $0 \sim 2\pi$  の範囲で定義されているので、 $-\infty \sim +\infty$  の勾配  $T_{wx}$  を持つ工作物表面にも対応している。言い換えると、衝突干渉を考えなければ、任意の形状を持つ工作物を4軸制御で削り出すことが可能である。干渉が存在する場合、すなわち、接平面の非実体側に障害物がある場合には、 $\beta$  軸

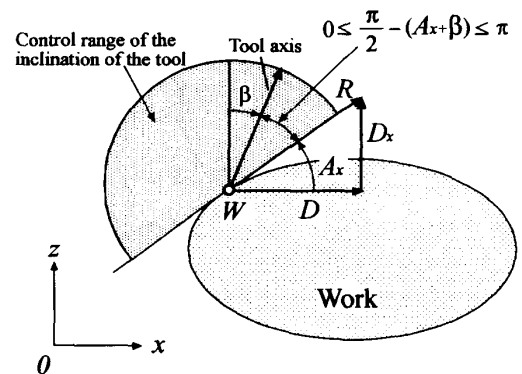


Fig. 9 Control range of angle  $A_x + \beta$

の調整によって干渉の回避が可能であるが、 $\beta$  軸の制御可能な領域は式(9)に示すように  $\beta$  平面上の半円内に制限されている。従って、干渉がこの全域に存在する場合には5軸制御を必要とする。

### 3.4 4軸制御時の $\beta$ の決定法

図9に示すように、点Wを削るとき、 $\beta$ の値は式(9)に示す範囲内で自由に決めることができる。工具姿勢 $\beta$ を先に定める場合には、式(1)、式(3)から切削点が求められる。しかし、工具上の切削点を固定、あるいは切削点を適当な範囲内に限定したい場合に、工具姿勢と工作物形状勾配との関係を表す式(3)を、 $\beta$ について解くことは困難である。そこで、この $\beta$ を求めるために、工作物の形状の変化を表す形状勾配の代わりに、式(9)で表される接線ベクトルの勾配角を利用すると問題が解決する。すなわち、 $D, D_x, D_y$ および方向接線Rとx軸とのなす角 $A_x$ を用いて次式が誘導される。

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{D_y}{\sqrt{D^2 + D_x^2} \sin(A_x + \beta)} \right) + n\pi \quad (n=0, 1) \quad (20)$$

( $\sin(A_x + \beta) < 0 \dots \dots n=1$ )

$$\frac{dr}{d\eta} = \sqrt{\frac{(D_x^2 + D^2) \cos^2(A_x + \beta)}{D_y^2 + (D_x^2 + D^2) \sin^2(A_x + \beta)}} \quad (21)$$

図9に示すように、 $A_x + \beta$ は工具軸とx方向の接線とのなす角の余角であり、以下の範囲内で選択できる。

$$-\frac{\pi}{2} \leq A_x + \beta \leq \frac{\pi}{2} \quad (22)$$

工具姿勢の制御可能範囲の式(22)を接線の勾配角で表現すると式(20)と同様となる。 $A_x + \beta$ を利用することによって、工具姿勢の決定における複雑な関係が単純化される。 $A_x + \beta$ を変化させると工具上切削点が変わり、 $A_x + \beta$ を固定させると工具上切削点が一定となる。 $A_x + \beta$ で表される工具姿勢の制御可能範囲と $T_\eta (= dr/d\eta)$ で表される工具上の切削点との対応関係は式(21)から得られ、次式で表される。

$$A_x + \beta = \pm \cos^{-1} \sqrt{\frac{T_\eta^2 (D_x^2 + D_y^2 + D^2)}{(1 + T_\eta^2) (D_x^2 + D^2)}} \quad (23)$$

実際の工具姿勢の範囲は、工具輪郭上の工具勾配 $T_\eta$ の領域に応じて定義できる。

$$T_{\eta \min} \leq T_\eta \leq T_{\eta \max} \quad (24)$$

工具姿勢 $\beta$ の値を極力変化させずに切削しようとする場合には、勾配角 $A_x$ は工作物表面上の点によって違うので $T_\eta$ を変化させることになる。式(23)から $T_\eta (= dr/d\eta)$ を算出して式(24)で判定し、条件を満たせない場合には $\beta$ の値を動かす。例えば、工具勾配 $T_\eta$ を式(24)に示す切削範囲の中心に変更し、

$$T_\eta = \frac{T_{\eta \min} + T_{\eta \max}}{2} \quad (25)$$

とする。あるいは、姿勢の急激な変化を避けるために、一つ前の工具位置に関する工具勾配 $T_\eta$ を利用する。それに従って、式(23)から新たな工具姿勢が算出される。

### 3.5 工具切れ刃の固定点を用いた $\beta$ の決定法

工具切れ刃の切削点を固定しようとする場合には $T_\eta (= dr/d\eta)$ が一定であり、式(23)から勾配角 $A_x$ の変化に対応する工具姿勢角 $\beta$ が得られる。例えば、工具の先端切れ刃を利用する場合には $T_\eta = \infty$ 、外周切れ刃を利用する場合には $T_\eta = 0$ 、テーパエンドミルの外周切れ刃を利用する場合には $T_\eta = t$ (定数)として式(23)に代入すれば、工作物表面上の点の勾配に応じた工具姿勢角 $\beta$ が得られる。また、 $A_x + \beta$ の調整により、干渉回避なども行える。工作物形状が離散形の場合は、図10に示すように座標点 $W_i(w_x, w_z)$ の前勾配 $A_{xi}$ 、後勾配 $A_{xi}$ の二辺の勾配に対して工具姿勢角 $\beta$ は異なり、それぞれ $\beta_f, \beta_r$ となる。従って、 $\beta$ を工作物形状勾配に対して順次変化させながら工具経路を算出する。与えられた工具勾配 $T_\eta$ に対して、式(23)から後勾配 $A_{xi}$ に対する工具姿勢角 $\beta_r$ が決まる。この $\beta_r$ を式(20)、(21)

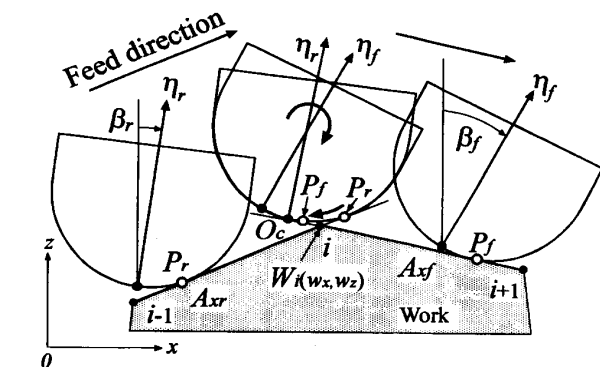


Fig.10 Change of  $\beta$  value in cutting by a fixed point on tool edge

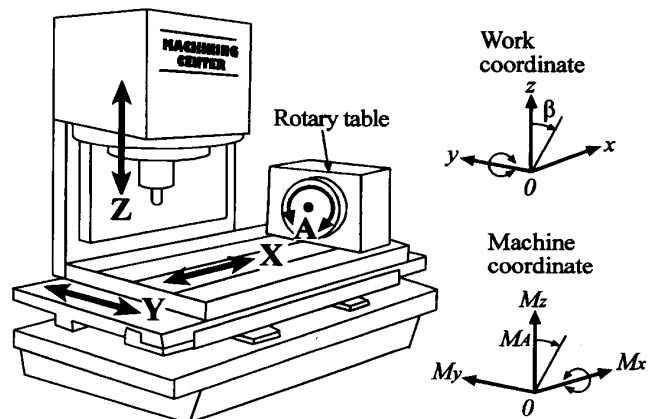


Fig.11 Four-axis machining center using rotary table

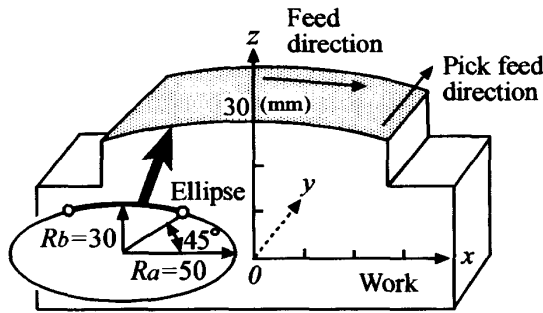


Fig.12 Designed work shape

に代入すると後勾配 $A_{xy}$ に対する切削点 $P_f(r, \eta, \theta)$ が求まる. 次に, 前勾配 $A_{xy}$ に対して,  $\beta_f$ に対する切削点 $P_f(r, \eta, \theta)$ を求める. 二辺勾配法の式(18)に二つの切削点の値を代入すると工作物の座標点 $W_i(w_x, w_y, w_z)$ に対する工具原点 $O_c(o_x, o_y, o_z)$ が求まる. さらに, 前勾配 $A_{xy}$ に対する $T_f$ の工具勾配を与え $\beta_f$ を求める. この工具原点の位置で,  $\beta_f$ の回転を与えフィード方向の次の点に進むようにする.

4. 加工実験と考察

4軸制御加工における, 工具切れ刃の固定点を用いた工具経路算出理論を検証するために, 実際にNCデータを作成し加工実験を行った. 使用した工作機械は, 図11に示すように, 立て形3軸制御マシニングセンタ(森精機製作所製, MV-jr)にCNC円テーブル(日研工作所製, CNC-150 $\alpha$ )を付加し4軸制御仕様とした. 工具は $R=5\text{mm}$ (2枚刃)のボールエンドミルであるが, 工具摩耗の影響を極力抑えるために, CVDダイヤモンドコーティングを施したエンドミルを用いた. 工作物の加工形状は, 図12に示すように楕円形状(長径 $Ra=50\text{mm}$ , 短径 $Rb=30\text{mm}$ )をした離散点データとした. その範囲は $z$ 軸を基準とし,  $y$ 軸回りに $\pm 45^\circ$ の範囲とし,  $0.1^\circ$ 刻みでフィード方向に600点のデータ点をとった. 被削材にはアルミ合金(A5052)を用い, 仕上げ加工は表1の切削条件のもと, 同一箇所を往復切削で加工した. 加工精度は, CNC 3次元座標測定機(東京精密製, ザイザックスVA600G)を用いて測定し, 設計値からの偏差を評価した.

工具経路算出では, 2章で述べたようにまず工作物の実体側の判定を行う必要がある. 具体的に述べると,

Table 1 Cutting conditions

Radius of tool	5 mm
Number of teeth	2 teeth
Tool revolution	8000 rpm
Feed rate	100 mm/min
Pick feed	0.1 mm
Cutting depth	0.1 mm

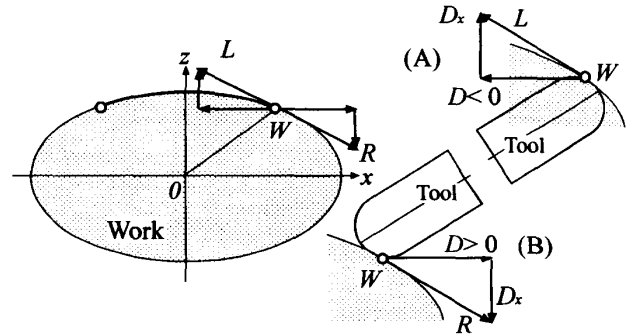


Fig.13 An example of decision of real body side

図13に示すように工作物曲面上の一点 $W$ についてフィード方向, ピックフィード方向の差分値を求め式(6)に代入すると $D < 0, D_x > 0$  ( $T_{wx} = D_x/D$ )となる. このままでは(A)に示すように, 方向接線が $L$ となり, 工具位置は工作物の実体側に入ってしまう. そこで, 工作物勾配 $T_{wx}$ は一定のままで $D > 0$ となるように $D, D_x$ の符号を調整し ( $T_{wx} = -D_x/-D$ ), (B)に示す方向接線 $R$ となるようにした.

実験は初めに3軸加工を行い, 使用したボールエンドミル切れ刃形状誤差の影響による加工誤差を調べた. 3軸加工では, 工作物形状の勾配に対応して切れ刃の切削点の位置も変化するが, 図14に示す切れ刃の $P_A$ から $P_B$ までの切削点が $0.1^\circ$ 刻みで切削点を移動させながら加工を行うことになる. 図15(a)に測定した仕上げ面の設計値からの偏差を示す. 測定は $x$ 軸方向に $\pm 15\text{mm}$ の範囲( $z$ 軸から $\pm 15^\circ$ )を $0.1^\circ$ 刻みで300点のデータ点を測定した. 図の測定された形状は工具輪郭形状が転写された形となっており,  $x=0\text{mm}$ の所がボールの切れ刃先端部である. 3軸加工ではボール先端部付近での仕上げ面が問題になるが, 実験結果でも先端部付近での誤差が一番大きくなっており,  $10\ \mu\text{m}$ 程度の加工誤差が生じている. また, 加工点 $P_C$ と $P_D$ との二点間では $5\ \mu\text{m}$ 程度の差である. これら二点に対応する切削点の位置を求めると図14の $P_C$ と $P_D$ である.

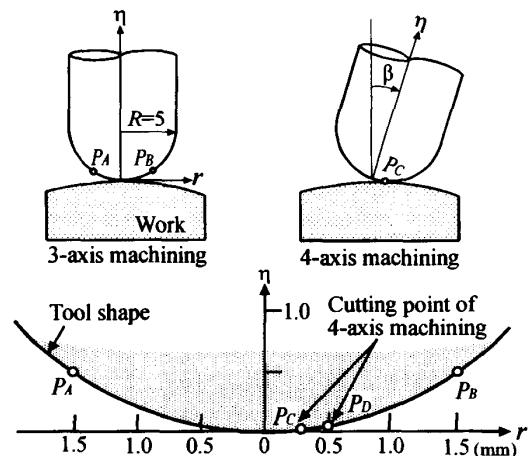


Fig.14 Cutting point of tool shape



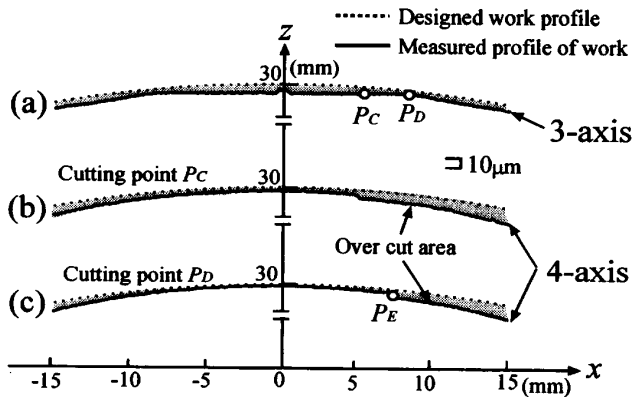


Fig.15 Profile error of work

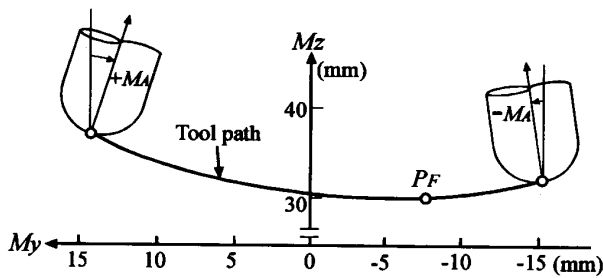


Fig.16 Tool path for machine coordinate

次に、これら二つの切削点 $P_C$ と $P_D$ を用い、4軸制御による切削点を固定した加工実験を行った。切削点 $P_C$ の工具勾配角は $\tan^{-1}(dr/d\eta) = 86.180^\circ$ であり、切削点 $P_D$ は $\tan^{-1}(dr/d\eta) = 84.297^\circ$ である。式(9)に工具勾配の値を代入し、工具姿勢角 $\beta$ を求め、さらに式(8)、(9)に $\beta$ を代入して切削点の $(r, \eta, \theta)$ を求める。これらの値を式(10)に代入して工具経路データを求める。3軸加工では、求めた工具原点がそのままNCデータの指令座標となるが、4軸加工では、図11に示すように機械座標系に変換してNCデータとする必要がある。工作物座標系の $y$ 軸回り回転角 $\beta$ が、円テーブルの $x$ 軸回り回転角 $M_A$ と一致するように次式を用いて変換する。

$$M_A = \beta$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} o_x \\ o_x \\ o_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

切削点 $P_C$ を用いて加工した仕上げ面の測定結果が図15(b)であり、切削点 $P_D$ が(c)である。図を見ると、 $x=0$ mm付近の測定結果では、(a)の3軸加工に比べて加工誤差は小さい。また、(a)の $P_C$ と $P_D$ との工具形状誤差による $5\mu\text{m}$ 程度の差が(b)と(c)の加工面の差として生じた。また、 $x$ 軸の正側で削り過ぎが生じているが、この原因を検討した。図15(c)の切削点 $P_D$ を用いた工具経路を、機械座標系で表したものを図16に示す。図15(c)の $P_E$ の点で段差が生じているが、この

点が図16の $P_F$ の点に対応する。この点が $z$ 座標の最小値となっており、 $z$ 軸送りがこの点を境に逆転する。使用した機械には、送りネジのバックラッシュが $\pm 5\mu\text{m}$ 程度あり、この影響を受けたものと思われる。この機械誤差を考慮した工具経路算出を行えば、さらに誤差を小さくできるものと思われる。

## 5. 結 言

4軸制御を必要とする工作物形状の加工を対象として、工具姿勢の決定方法や工具経路を解析的に算出する手法を提案した。その結果を以下に示す。

- (1) 工作物形状が離散点で与えられる場合を対象として、等勾配法を応用した、4軸制御加工における工具経路算出式を示した。
- (2) 工作物形状に関する、方向接線を用いた工作物の実体側の判定法を示し、工作物に対する正しい工具位置を得る方法を提案した。
- (3) 工具姿勢の最大制御空間を示し、3軸制御加工が可能な条件および4軸制御加工が可能な条件を示した。さらに、4軸制御時の工具姿勢角 $\beta$ の決定法を示した。
- (4) 4軸制御加工で工具切れ刃の一点を用いた加工実験を行い、3軸制御加工に比較して仕上げ面の改善を図ることができた。このことより、工具姿勢の決定方法の妥当性および工具経路算出方法の実用性を検証した。

## 参 考 文 献

- 1) 張 元建, 西田知照: 5軸制御工作機械による異形組合せ形状の加工, 長崎大学工学部研究報告, 27, 49, (1997), 221.
- 2) 張 元建: 5軸制御工作機械による自由曲面加工アルゴリズムの開発に関する研究, 長崎大学海洋生産科学研究科学学位論文, 平成10年度.
- 3) 西田知照, 張 元建: 接線勾配を利用した自由曲面の5軸制御加工アルゴリズムの開発, 精密工学会誌, 64, 12, (1998), 1801.
- 4) 西田知照, 小島龍広, 扇谷保彦: 数値制御工作機械による多軸制御加工に関する研究, 長崎大学工学部研究報告, 30, 55, (2000), 105.
- 5) 小島龍広, 西田知照, 扇谷保彦: 数値制御工作機械による3軸制御加工と離散化誤差(第1報), 長崎大学工学部研究報告, 31, 56, (2001), 35.
- 6) 小島龍広, 西田知照, 扇谷保彦: 数値制御工作機械による3軸制御加工と離散化誤差(第2報), 長崎大学工学部研究報告, 31, 57, (2001), 7.