



Title	下向き加熱水平面まわりからの自然対流の数値解析：第1報：数値解析法の検討
Author(s)	中野, 昭裕; 桃木, 悟; 茂地, 徹
Citation	長崎大学工学部研究報告 Vol.33(60) p.57-63, 2003
Issue Date	2003-01
URL	http://hdl.handle.net/10069/5244
Right	

This document is downloaded at: 2020-10-26T05:01:12Z

下向き加熱水平面まわりからの自然対流の数値解析 (第1報: 数値解析法の検討)

中野 昭裕*, 桃木 悟**, 茂地 徹**

Numerical analysis of natural convection from a heated plate facing downwards

(1st Report: Examination of numerical method)

by

Akihiro Nakano*, Satoru Momoki** and Toru Shigechi**

A numerical analysis was made on a downward-facing plate for air. Basic equations for mass, momentum and energy are discretized by finite difference method and numerically solved by the HSMAC method. The computation domain is divided into many sub-spaces and arranged to investigate the edge effect of the plate. It turns out from the numerical analysis that the continuative boundary conditions affect velocity field and heat transfer, and that the velocity, temperature profiles and heat transfer agree well with those of experiments of Aihara et al. by suitable arrangement of computation domain.

1. 緒言

有限幅の下向き加熱水平面からの自然対流の水平面に沿った対流の駆動力は、下向き面で加熱された表面近くの流体と周囲流体との水平方向の密度差により生じる圧力勾配と考えられる。そのため、下向き加熱水平面からの自然対流は、浮力が駆動力となる垂直面からのそれとは対流の発生機構が異なり、浮力は水平面に対して垂直に働くため、流れの駆動力としての浮力の効果は水平方向の位置により異なってくることが予想される。

膜沸騰が発生するような条件下では、容易に安定な蒸気膜が形成可能であり、熱伝導率の低い蒸気膜が伝熱面を覆えば、熱伝達は極めて悪くなるため、伝熱機器の温度上昇を招き、焼損する恐れもある。このような事から下向き面からの伝熱は非常に悪い条件を与え得るものと考えられる。従って下向き面の伝熱特性を把握して伝熱機器の安全を考える上で信頼できる解析が必要である。

本研究の目的は有限下向き加熱水平面の膜沸騰の基礎研究のために単相の下向き加熱水平面の自然対流の解析を行うことである。この種類の問題については実験と理論の両面にわたって研究成果の多い空気を対象として、数値解析手法の妥当性について検討する。以下にこれまでの研究例について概説する。

Weise⁽¹⁾、Saundersら⁽²⁾は正方形、長方形加熱板から空気への伝熱実験を行い、温度場を測定している。藤井-井村⁽³⁾は二次元流れを実現する事と流れの可視

化を行う目的のために長方形加熱板の両側に垂直板を立てて、加熱板を傾斜させて平均 Nu 数の変化を測定している。Aiharaら⁽⁴⁾は薄いガラス板を平板の短辺と平行にして垂直に立てて配置し、空気中で下向き面に沿う定常準二次元流れを実現させて温度場、速度場の測定を行い、流れの反転が見られること、速度場、温度場共に相似性は見られないこと、端部周りを除いては、Singh-Birkebak⁽⁵⁾と比較して局所 Nu 数、最大速度、温度境界層が比較的良好一致を示している。Restrepo-Glicksman⁽⁶⁾は下向き加熱正方形板の空気への熱伝達について端部の側面を (i) 平板の温度と同じ、(ii) 周囲温度と同じになるように冷却、(iii) 断熱、とした場合について実験を行い、平均 Nu 数は (i) の場合が一番高く (iii) が一番低くなることを見出し、端部の熱的条件が熱伝達に与える影響を明らかにしている。Hatfield-Edwards⁽⁷⁾は油、水、空気中の下向き加熱正方形板、長方形板からのレーザーホログラム干渉装置(空気での実験のみ)を用いた自然対流実験から、アスペクト比の違いが伝熱特性に与える影響を端部の側面の断熱の影響を含めて示している。Faw-Dullforce⁽⁸⁾⁽⁹⁾も同じ頃、レーザーホログラム干渉装置を使用して、空気中の下向き加熱正方形板、および円板の温度分布を測定して、平均 Nu 数を求めている。

菅原-岐美⁽¹⁰⁾はきわめて偏平な楕円で水平平板を近似して理論的に解析している。Stewartson⁽¹¹⁾は、水平下向き面加熱もしくは上向き面冷却について相似解を得たとしているが、Gillら⁽¹²⁾はStewartson⁽¹¹⁾の解析において符号の間違いがあり、彼の解は上向き

平成14年10月25日受理

*大学院生産科学研究科博士後期課程

**機械システム工学科

加熱面に関するものであることを指摘しており、下向き加熱面については相似解は存在しないことが明らかとなっている。その他の研究では、プロフィール法を用いた近似解析等が行われている。境界層近似を施した運動方程式、エネルギー方程式を積分法により解析するとき、境界層厚さを決定するために有限長さを持つ平板あるいは円板の端部にどのような境界条件を与えるかが重要になってくる。Wagner⁽¹³⁾はLevy⁽¹⁴⁾が行った解析を基にして、端部における境界層の厚さを0として下向き面の局所、平均 Nu 数を求めている。Singhら⁽¹⁵⁾も端部における境界層の厚さを0として正方形板、円板、無限長水平ストリップについて計算を行い、Singh-Birkebak⁽⁵⁾と山縣⁽¹⁶⁾は無限長水平ストリップについて端部における境界層の厚さを考慮した計算を行っている。また、Clifton-Chapman⁽¹⁷⁾は下向き面加熱または上向き面冷却の場合について、藤井ら⁽¹⁸⁾は熱流束一様の下向き面の場合についてそれぞれ独自の方法で、端部における境界層の厚さを決定している。その他には、Schulenberg⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾は低 Pr 数流体と高 Pr 数流体の自然対流について加熱面が等温、熱流束一様の場合の無限長ストリップと円板の中心付近の淀み点付近の領域について漸近展開の後、数値解析を行い相似解、局所 Nu 数を求め、局所 Nu 数はさらに、任意 Pr 数流体に適用できるように相関式が作成されている。境界層近似を行わず、差分法を用いた数値解析についてはSuriano-Yang⁽²¹⁾が基礎式を流れ関数と渦度に変換して Pr 数が0.72と10の場合について上下両面が加熱された水平平板まわりの解析を行い、Goldstein-Lau⁽²²⁾は上向き、下向き加熱水平板の自然対流について Pr 数が0.7の場合について流れ場、温度場、 Nu 数を求めて、平板の端部を垂直方向、水平方向に断熱して延伸した場合の影響を調べている。

これまでの実験・理論的研究を概観すると、平均ヌセルト数 Nu については $Nu = CRa^{\frac{1}{2}}$ (C は比例定数)の形でまとめることができる。しかしながら、研究者によって C の値はそれぞれ異なる値が提示されている。

本研究では、有限下向き面まわりの流れを角まわりの流れを考慮して扱うことにするため、計算領域の大きさの設定が必要になる。そこで、端部の影響も考慮できるように計算領域の大きさを変更しながら数値解析を行い、計算領域の大きさの変更によって境界条件が流れ場、温度場、熱伝達に及ぼす影響を調査し、最適な計算領域を設定する。

主要記号

- g : 重力加速度 [m/s²]
 h : 局所熱伝達係数 [W/m²K] (= $q/\Delta T$)
 p : 圧力 [Pa]

- P : 無次元圧力 [-]
 q : 熱流束 [W/m²]
 T : 温度 [K]
 ΔT : 温度差 [K] (= $T_w - T_\infty$)
 Θ : 無次元温度 [-]
 t : 時間 [s]
 τ : 無次元時間 [-]
 u, v : x, y 方向速度成分 [m/s]
 U, V : x, y 方向無次元速度成分 [-]
 x, y : 直角座標系 [m]
 X, Y : 無次元直角座標系 [-]
 α : 温度伝導率 [m²/s]
 β : 体膨張係数 [1/K]
 ρ : 密度 [kg/m³]
 ν : 動粘係数 [m²/s]
 λ : 熱伝導率 [W/(m·K)]
 Nu_l : 局所ヌセルト数
 Nu : 平均ヌセルト数
 Pr : プラントル数
 Ra : レイリー数

添字

- w : 壁面
 ∞ : 周囲の状態

2. 数値解析

2・1 解析モデル

Fig.1のように、幅 L の水平面を持つ無限長ストリップを考える。座標系はFig.1のように取り、水平方向に x 軸、鉛直方向に y 軸を取る直角座標系とする。下向き水平面は一定温度 T_w に保たれ、側壁面は断熱とする。周囲の流体は T_∞ である。流れは y 軸に関して対称である。よって、右側半分を解析の対象とする。解析は無次元化して行い、以下の仮定を用いた。

1. 非圧縮性 Newton 流体とする。
2. 流体の物性は浮力項の密度を除いて、温度に依存しない。(Boussinesq Approximation)

2・2 基礎方程式

上記の仮定により、連続の式、運動方程式、エネルギー方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g\beta(T - T_\infty) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

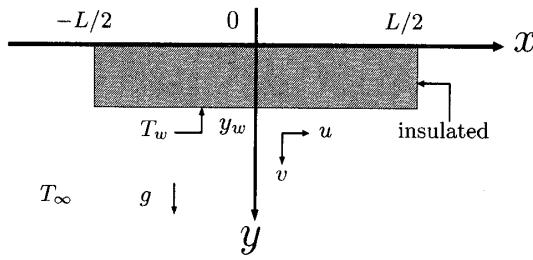


Fig. 1 Physical model and coordinate system

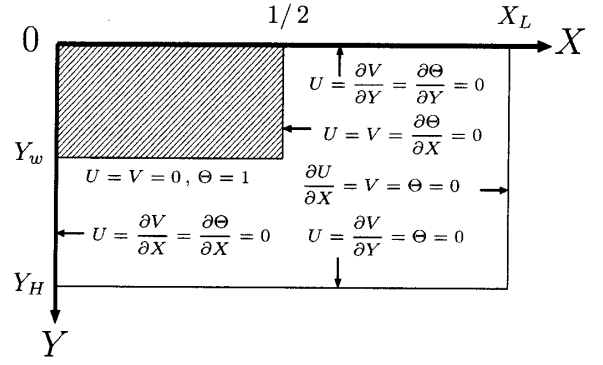


Fig. 2 Computation domain and its boundary conditions

2・3 無次元基礎方程式と境界条件

上記の基礎方程式を無次元化すれば、基礎方程式は以下ようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \\ = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Pr}{(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \\ = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Pr}{(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - (RaPr)^{\frac{1}{2}} \Theta \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) \quad (8)$$

ここに、無次元数は以下のように定めた。

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u}{u_o}, V = \frac{v}{u_o}, \tau = \frac{t}{t_o}, P = \frac{p}{p_o},$$

$$\Theta = \frac{T - T_{\infty}}{\Delta T}, u_o = \frac{\alpha}{L} (RaPr)^{\frac{1}{2}}, t_o = \frac{L^2}{\alpha} (RaPr)^{-\frac{1}{2}},$$

$$p_o = \rho \left(\frac{\alpha}{L} \right)^2 (RaPr)^{\frac{1}{2}}, Pr = \frac{\nu}{\alpha}, Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\alpha\nu}$$

計算領域と境界条件を Fig.2 に示す。角まわりの流れを考慮して取り扱うため、中心軸と壁面を除き、自由流入境界として、以下のように設定した。

$$X = 0, \quad Y_w \leq Y \leq Y_H \quad ; \quad U = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0$$

$$X = \frac{1}{2}, \quad 0 \leq Y \leq Y_w \quad ; \quad U = V = \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0$$

$$X = X_L, \quad 0 \leq Y \leq Y_H \quad ; \quad \frac{\partial U}{\partial X} = V = \Theta = 0$$

$$\frac{1}{2} \leq X \leq X_L, \quad Y = 0 \quad ; \quad U = \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0$$

$$0 \leq X \leq \frac{1}{2}, \quad Y = Y_w \quad ; \quad U = V = 0, \quad \Theta = 1$$

$$0 \leq X \leq X_L, \quad Y = Y_H \quad ; \quad U = \frac{\partial V}{\partial Y} = \Theta = 0$$

2・4 熱伝達係数の算出

加熱面の任意の位置での局所 Nu 数は次の様に定義される。

$$Nu_l = \frac{hL}{\lambda} = \frac{q}{\left(\lambda \frac{\Delta T}{L} \right)} = - \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right) \Big|_{Y=Y_w} \quad (9)$$

ここで、 $q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=y_w} = -\lambda \frac{\Delta T}{L} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right) \Big|_{Y=Y_w}$

平均 Nu 数は対称性を考慮して式 (9) より加熱面周りについて以下の様に求められる。

$$Nu = \frac{2}{L} \int_0^{\frac{L}{2}} Nu_l dx = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} Nu_l dX \quad (10)$$

本研究では式 (10) を用いて熱伝達の評価を行う。

2・5 解析手法

計算格子には不等間隔格子を用いており、格子幅は壁面と境界面近傍で刻み幅を最小にしている。時間刻み幅 $\Delta\tau = 2.0 \times 10^{-4}$ 、最小刻み幅 $\Delta X_{min} = \Delta Y_{min} = 0.002$ 、最大刻み幅 $\Delta X_{max} = \Delta Y_{max} = 0.01$ とした。

2・5・1 基礎方程式の差分化

空間差分にはスタッガードメッシュを用いた差分法、時間差分には陽解法を用いた。Fig.3 に差分に用いたスタッガードメッシュを示す。式 (6)~(8) を差分化した式を簡略化して以下に示す。

$$\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta\tau} = \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta X_i^u} + DSFX_{i,j}^n \quad (11)$$

$$\frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j}^n}{\Delta\tau} = \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j+1}^{n+1}}{\Delta Y_j^v} + DSFY_{i,j}^n \quad (12)$$

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta\tau} = DSEN_{i,j}^n \quad (13)$$

n は時間ステップであり、 n は既知で $n+1$ は未知とする。 $DSFX_{i,j}^n$ は、式 (6) の対流項、粘性項を、 $DSFY_{i,j}^n$ は、式 (7) の対流項、粘性項、浮力項を、 $DSEN_{i,j}^n$ は、式 (8) の対流項、拡散項を離散化した式をそれぞれま

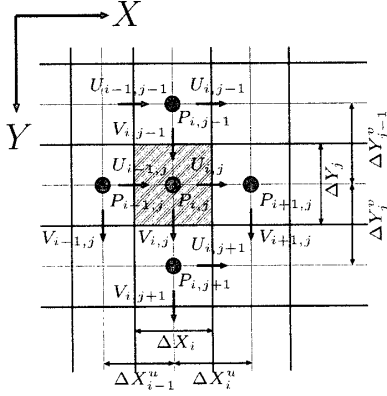


Fig. 3 staggered mesh

とめて表したものであり、詳細な式は付録にて述べる。このうち対流項については後述する。

2・5・2 対流項の差分化について

対流項には3次精度風上差分⁽²³⁾を用いており、不等間隔格子を使用する場合、Fig.4を参照して以下のように表される。

$$f \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_{i,j} \quad (14)$$

$$= \begin{cases} f_{i,j} (a_p \phi_{i-2,j} + b_p \phi_{i-1,j} + c_p \phi_{i,j} + d_p \phi_{i+1,j}) & (f_{i,j} \geq 0) \\ f_{i,j} (a_m \phi_{i-1,j} + b_m \phi_{i,j} + c_m \phi_{i+1,j} + d_m \phi_{i+2,j}) & (f_{i,j} < 0) \end{cases}$$

Fig.4を参照して、 $\phi_{i-2,j}$ 、 $\phi_{i-1,j}$ 、 $\phi_{i+1,j}$ 、 $\phi_{i+2,j}$ を*i*点まわりについてTaylor展開して、 $a_p \sim d_p$ 、 $a_m \sim d_m$ を決定すると以下ようになる。

$$a_p = \frac{h1p \cdot h1m}{h2m(h2m - h1m)(h1p + h2m)}$$

$$b_p = -\frac{h1p \cdot h2m}{h1m(h2m - h1m)(h1p + h1m)}$$

$$c_p = \frac{1}{h2m} + \frac{1}{h1m} - \frac{1}{h1p}$$

$$d_p = \frac{h1m \cdot h2m}{h1p(h1p + h1m)(h1p + h2m)}$$

$$a_m = -\frac{h1p \cdot h2p}{h1m(h1p + h1m)(h2p + h1m)}$$

$$b_m = \frac{1}{h1m} - \frac{1}{h1p} - \frac{1}{h2p}$$

$$c_m = \frac{h2p \cdot h1m}{h1p(h2p - h1p)(h1p + h1m)}$$

$$d_m = -\frac{h1p \cdot h1m}{h2p(h2p - h1p)(h2p + h1m)}$$

$$f \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_{i,j} \quad (15)$$

$$= \begin{cases} f_{i,j} (a_p \phi_{i,j-2} + b_p \phi_{i,j-1} + c_p \phi_{i,j} + d_p \phi_{i,j+1}) & (f_{i,j} \geq 0) \\ f_{i,j} (a_m \phi_{i,j-1} + b_m \phi_{i,j} + c_m \phi_{i,j+1} + d_m \phi_{i,j+2}) & (f_{i,j} < 0) \end{cases}$$

$a_p \sim d_p$ 、 $a_m \sim d_m$ はY方向についてもFig.4と同様にして*j*点まわりについて求めれば前述の結果と同じになるので式の記述については省略する。

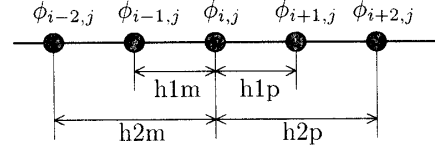


Fig. 4 Discretization point

2・5・3 計算手順

圧力場の解法にはHSMAC法を用いており、アルゴリズムを以下に示す。⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾

式(11),(12)を改めて以下のように書く。

$$\frac{m U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta \tau} = \frac{m P_{i,j}^{n+1} - m P_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta X_i^u} + DSFX_{i,j}^n \quad (16)$$

$$\frac{m V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j}^n}{\Delta \tau} = \frac{m P_{i,j}^{n+1} - m P_{i,j+1}^{n+1}}{\Delta Y_j^v} + DSFY_{i,j}^n \quad (17)$$

式(5)の左辺を $D_{i,j}^{n+1}$ とすると以下ようになる。

$$D_{i,j}^{n+1} = \frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta X_i} + \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta Y_j} \quad (18)$$

式(18)で $D_{i,j}^{n+1}$ が0になるように $P_{i,j}$ を求める。これはNewton-Raphson法により解くことができるので、以下に従って反復計算を行えばよい。

$${}^{m+1}P_{i,j}^{n+1} = {}^m P_{i,j}^{n+1} - \frac{{}^m D_{i,j}^{n+1}}{m \left(\frac{\partial D_{i,j}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1}} \quad (19)$$

$$= {}^m P_{i,j}^{n+1} + \delta P_{i,j}^{n+1}$$

速度の補正は以下の式に従って行われる。

$${}^{m+1}U_{i,j}^{n+1} = {}^m U_{i,j}^{n+1} + m \left(\frac{\partial U_{i,j}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} \delta P_{i,j}^{n+1} \quad (20)$$

$${}^{m+1}U_{i-1,j}^{n+1} = {}^m U_{i-1,j}^{n+1} + m \left(\frac{\partial U_{i-1,j}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} \delta P_{i,j}^{n+1} \quad (21)$$

$${}^{m+1}V_{i,j}^{n+1} = {}^m V_{i,j}^{n+1} + m \left(\frac{\partial V_{i,j}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} \delta P_{i,j}^{n+1} \quad (22)$$

$${}^{m+1}V_{i,j-1}^{n+1} = {}^m V_{i,j-1}^{n+1} + m \left(\frac{\partial V_{i,j-1}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} \delta P_{i,j}^{n+1} \quad (23)$$

$$m D_{i,j}^{n+1} = \frac{m U_{i,j}^{n+1} - m U_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta X_i} + \frac{m V_{i,j}^{n+1} - m V_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta Y_j}$$

$$m \left(\frac{\partial D_{i,j}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} = \Delta \tau \left\{ \frac{1}{\Delta X_i} \left(\frac{1}{\Delta X_i^u} + \frac{1}{\Delta X_{i-1,j}^u} \right) + \frac{1}{\Delta Y_j} \left(\frac{1}{\Delta Y_{i,j}^v} + \frac{1}{\Delta Y_{i,j-1}^v} \right) \right\}$$

$$m \left(\frac{\partial U_{i,j}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} = \frac{\Delta \tau}{\Delta X_i^u}, \quad m \left(\frac{\partial U_{i-1,j}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} = -\frac{\Delta \tau}{\Delta X_{i-1,j}^u}$$

$$m \left(\frac{\partial V_{i,j}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} = \frac{\Delta \tau}{\Delta Y_j^v}, \quad m \left(\frac{\partial V_{i,j-1}}{\partial P_{i,j}} \right)^{n+1} = -\frac{\Delta \tau}{\Delta Y_{j-1}^v}$$

ここで m は反復回数を表す。
計算手順の概略を以下に示す。

1. 式 (16),(17) で ${}^1P^{n+1} = P^n$ として仮の速度 ${}^1U_{i,j}^{n+1}, {}^1V_{i,j}^{n+1}$ を求める。
2. 式 (18)~式 (23) より $m D^{n+1} \leq \epsilon$ となるまで計算を繰り返して $U^{n+1}, V^{n+1}, P^{n+1}$ を求める。
3. 式 (13) で T^{n+1} が計算される。
4. 1 に戻って定常状態になるまで計算を繰り返す。

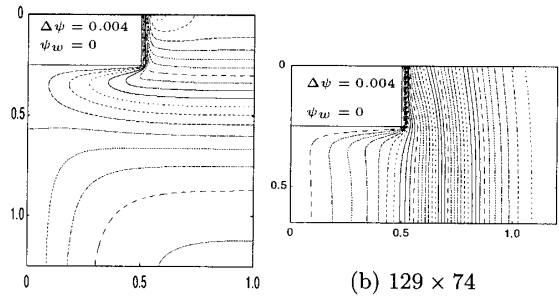
3. 結果と考察

数値解析は大気圧の空気について行い、Aihara ら (4) の実験結果との比較を中心にして考察を行う。Pr 数は 0.7 とした。

緒言でも述べたが、角まわりの流れを考慮した数値解析を行うためには初めに計算領域を設定する必要がある。そして、設定された境界条件が流れなどにどのような影響を与えるか知る必要がある。そこで準備段階として Fig.2 に示す境界条件を基に格子点を X, Y 方向について変えて $Ra = 6.56 \times 10^7$ の場合について数値解析を行い、定常状態における結果を Aihara ら (4) の実験結果と比較した。X 方向に 89,109,129, Y 方向に 74,94,114,134 の格子点を組み合わせ、計 12 通りの場合について調べた。

ここで、下向き面の温度境界条件の取り扱いについて述べる。下向き面は加熱面で $\Theta = 1$ であるが、本研究では境界条件に自由流入出条件があることを考慮して、計算開始時は $\Theta = 0$ として徐々に温度を上げて一定回数計算した後に $\Theta = 1$ としている。

Fig.5 は最も特徴的な流れの流れ関数を用いて表わしたものであり、Fig.6 は Nu 数の計算領域の形状に対する依存性を示したものである。Fig.5 の 2 つの図に代表されるように、速度場については境界条件による影響が現れており、これらと連動して Nu 数も変化している。この場合、Fig.5 から分かるように計算領



(a) 109 × 134

(b) 129 × 74

Fig. 5 Typical stream characteristics

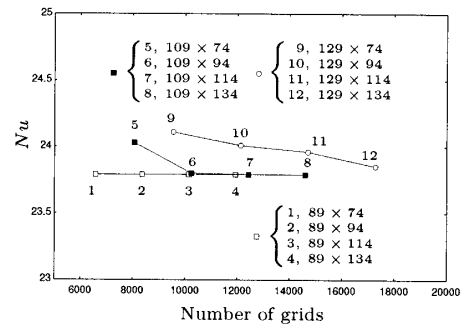


Fig. 6 Effect of grid numbers on Nusselt numbers

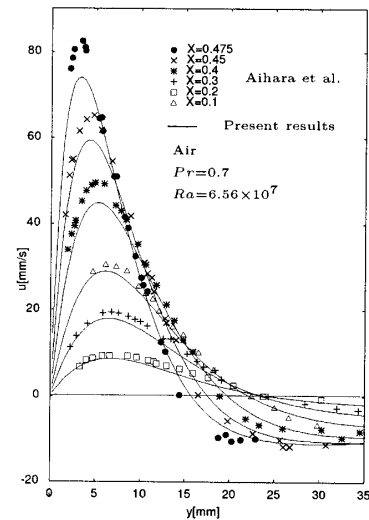


Fig. 7 Velocity profiles for u

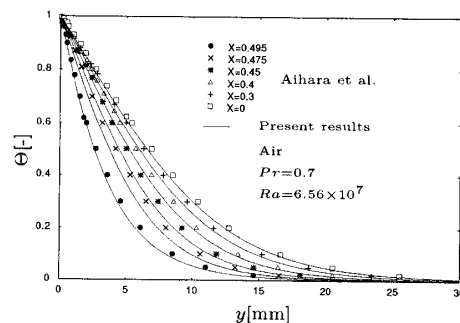


Fig. 8 Dimensionless temperature profiles

域の X 方向が Y 方向より短い場合は Fig.5(a) のような流れが現れ、逆の場合は Fig.5(b) のようになる。 Y 方向の領域が X 方向と比べて相対的に狭い場合、浮力による流れの影響が強くて出ていることから境界条件により重力の影響を受けやすくなると思われる。そして Fig.5(a) のような流れの形態が現れるとき、Fig.5(b) の場合と比べて Nu 数は小さくなるのが Fig.6 より分かる。境界条件の影響を小さくするには計算領域を大きくするのが一番良いが、計算時間の制約を考えた上で、Fig.5(a) のような流れ場の場合 Aihara ら⁽⁴⁾ の実験結果と良く合うことや Nu 数がほぼ一定値を取ることから本研究では格子点を 109×134 (Fig.6 の場合 8 に相当) として解析を行う。なおその内 54×29 の領域 (Fig.2 の斜線部分) は、無限長ストリップを表しており計算領域外である。

Fig.7 は $Ra = 6.56 \times 10^7$ の場合での Aihara ら⁽⁴⁾ による空気中の下向き加熱水平面からの自然対流の速度場の測定結果と本研究による格子点 109×134 を用いた場合の数値解析の結果を比較したものであり、Fig.8 は温度場におけるそれを示したものである。 x 方向速度 u の最大速度は水平面の端部に行く程、実験の方が大きくなることを除けば速度分布は良く一致している。また、温度場においても全体的に良く一致していると言える。

Nu 数は $Ra^{\frac{1}{5}}$ で割った比をとると $Nu/Ra^{\frac{1}{5}} = 0.65$ ($Ra = 6.56 \times 10^7$) である。Aihara ら⁽⁴⁾ の実験によると 0.66 ($Ra = 5.73 \times 10^7$)、 0.67 ($Ra = 8.16 \times 10^7$) であり、良く一致していることが分かる。

4. 結論

空気中の有限の幅を持つ下向き加熱面からの自然対流数値解析を行い、流れ場、温度場、熱伝達係数について数値解を得た。計算領域を変更して数値解析を行った結果、境界条件、特に自由流入出条件が流れ場に変化を与え、それが伝熱特性にも影響を及ぼす。このことに基いて計算領域を検討した結果、熱伝達、速度分布について、Aihara ら⁽⁴⁾ とよく一致し数値解析の妥当性が確かめられた。次報は蒸気や飽和水などの場合に実際に適用して数値解析を行い、流れと伝熱機構について報告する。

参考文献

- (1) R.Weise, Forsch.Geb.Ing.-Wes.,**6**(1935),281-292
- (2) O.A.Saunders,M.Fishenden,H.D.Mansion, Engineering, **139**(1935),483-485
- (3) 藤井・井村, 機論,**37**-301(1971),1697-1707
- (4) T.Aihara,Y.Yamada and S.Endo, Int. J. Heat Mass Transfer, **15**(1972),2535-2549 ; 相原・ほか 2 名, 第 8 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1971),325-328

- (5) S.N.Singh and R.C.Birkebak, Z. Angew. Math. Phys.,**20**(1969),454-461
- (6) F.Restrepo and L.R.Glicksman, Int. J. Heat Mass Transfer,**17**(1974),135-142
- (7) D.W.Hatfield,D.K.Edwards, Int. J. Heat Mass Transfer,**24**(1981),1019-1024
- (8) R.E.Faw and T.A.Dullforce, Int. J. Heat Mass Transfer,**24**(1981),859-869
- (9) R.E.Faw and T.A.Dullforce, Int. J. Heat Mass Transfer,**25**(1982),1157-1166
- (10) 管原・岐美, 機論,**21**-109(1955),651-657
- (11) K.Stewartson, Z.Angew.Math.Phys.,**9a**(1958), 276-282
- (12) W.N.Gill,D.W.Zeh and E. del Casal, Z. Angew. Math. Phys.,**16**(1965),539-541
- (13) C.Wagner, J. Appl. Mech.,**23**(1956),320-321
- (14) S.Levy, J. Appl. Mech.,**22**(1955),515-522
- (15) S.N.Singh,R.C.Birkebak and R.M.Drake,Jr., Prog. Heat Mass Transfer,**2**(1969),87-98
- (16) 山縣, 第 6 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1969),73-76
- (17) J.V.Clifton, A.J.Chapman, Int. J. Heat Mass Transfer,**12**(1969), 1573-1584
- (18) 藤井・本田・森岡, 機論,**39**-317(1973),258-268
- (19) T.Schulenberg, Int. J. Heat Mass Transfer,**27** (1984),433-441
- (20) T.Schulenberg, Int. J. Heat Mass Transfer,**28** (1985),467-477
- (21) F.J.Suriano and K.T.Yang, Int. J. Heat Mass Transfer,**11**(1968),473-490
- (22) R.J.Goldstein and K.S.Lau, J. Fluid Mech.,**129** (1983),55-75
- (23) B.P.Leonard, Computational Techniques in Transient and Turbulent Flow, edited by C.Taylor and K.Morgan, **2**,(1981), 1-35, Pineridge Press,
- (24) C.W.Hirt,B.D.Nichols,N.C.Romero, Los Alamos Sci. Lab., LA-5852 (1975)
- (25) 河村・土方編, 熱と流れのシミュレーション, (1995), 丸善

付録

$DSFX_{i,j}^n$ 、 $DSFY_{i,j}^n$ 、 $DSEN_{i,j}^n$ は以下のように表される。

$$DSFX_{i,j}^n = -FUX_{i,j}^n - FUY_{i,j}^n + DIFU_{i,j}^n \quad (24)$$

$$DSFY_{i,j}^n = -FVX_{i,j}^n - FVY_{i,j}^n + DIFV_{i,j}^n - BUO_{i,j}^n \quad (25)$$

$$DSEN_{i,j}^n = -FTX_{i,j}^n - FTY_{i,j}^n + DIFT_{i,j}^n \quad (26)$$

FUX 、 FUY は式 (6) の左辺の第 2、3 項の対流項、 FVX 、 FVY は式 (7) の左辺の第 2、3 項の対流項、 FTX 、 FTY は式 (8) の左辺の第 2、3 項の対流項、 $DIFU$ 、 $DIFV$ は式 (6)、式 (7) の右辺の粘性項、 $DIFT$ は式 (8) の右辺の拡散項、 BUO は式 (7) の右辺の浮力項を表している。対流項、粘性項、拡散項は以下のように離散化される。対流項については 2・5・2 項を参照して表記する。

A1. 対流項 (速度場)

$$\begin{aligned}
 \cdot FUX_{i,j}^n &= U \frac{\partial U}{\partial X} \Big|_{i,j} & \cdot FUY_{i,j}^n &= V \frac{\partial U}{\partial Y} \Big|_{i,j} \\
 f_{i,j} &= U_{i,j}^n & h2m &= \Delta X_{i-1} + \Delta X_i & VR &= (V_{i+1,j}^n + V_{i+1,j-1}^n) / 2 & h2m &= \Delta Y_{j-2}^v + \Delta Y_{j-1}^v \\
 \phi_{i,j} &= U_{i,j}^n & h1m &= \Delta X_i & VL &= (V_{i,j}^n + V_{i,j-1}^n) / 2 & h1m &= \Delta Y_{j-1}^v \\
 & & h1p &= \Delta X_{i+1} & & & h1p &= \Delta Y_j^v \\
 & & h2p &= \Delta X_{i+1} + \Delta X_{i+2} & f_{i,j} &= VL + (VR - VL) \frac{\Delta X_i}{(2\Delta X_i^u)} & h2p &= \Delta Y_j^v + \Delta Y_{j+1}^v \\
 & & & & \phi_{i,j} &= U_{i,j}^n & & \\
 \cdot FVY_{i,j}^n &= V \frac{\partial V}{\partial Y} \Big|_{i,j} & \cdot FVX_{i,j}^n &= U \frac{\partial V}{\partial X} \Big|_{i,j} \\
 f_{i,j} &= V_{i,j}^n & h2m &= \Delta Y_{j-1} + \Delta Y_j & UB &= (U_{i,j}^n + U_{i-1,j}^n) / 2 & h2m &= \Delta X_{i-2}^u + \Delta X_{i-1}^u \\
 \phi_{i,j} &= V_{i,j}^n & h1m &= \Delta Y_j & UT &= (U_{i,j+1}^n + U_{i-1,j+1}^n) / 2 & h1m &= \Delta X_{i-1}^u \\
 & & h1p &= \Delta Y_{j+1} & f_{i,j} &= UB + (UT - UB) \frac{\Delta Y_j}{(2\Delta Y_i^v)} & h1p &= \Delta X_i^u \\
 & & h2p &= \Delta Y_{j+1} + \Delta Y_{j+2} & \phi_{i,j} &= V_{i,j}^n & h2p &= \Delta X_i^u + \Delta X_{i+1}^u
 \end{aligned}$$

A2. 対流項 (温度場)

$$\begin{aligned}
 \cdot FTX_{i,j}^n &= U \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{i,j} & \cdot FTY_{i,j}^n &= U \frac{\partial T}{\partial Y} \Big|_{i,j} \\
 f_{i,j} &= (U_{i,j}^n + U_{i-1,j}^n) / 2 & h2m &= \Delta X_{i-2}^u + \Delta X_{i-1}^u & f_{i,j} &= (V_{i,j}^n + V_{i,j-1}^n) / 2 & h2m &= \Delta Y_{j-2}^v + \Delta Y_{j-1}^v \\
 \phi_{i,j} &= T_{i,j}^n & h1m &= \Delta X_{i-1}^u & \phi_{i,j} &= T_{i,j}^n & h1m &= \Delta Y_{j-1}^v \\
 & & h1p &= \Delta X_i^u & & & h1p &= \Delta Y_j^v \\
 & & h2p &= \Delta X_i^u + \Delta X_{i+1}^u & & & h2p &= \Delta Y_j^v + \Delta Y_{j+1}^v
 \end{aligned}$$

A3. 浮力項

$$BUO_{i,j}^n = (RaPr)^{\frac{1}{5}} \left\{ T_{i,j}^n + (T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n) \frac{\Delta Y_j}{(2\Delta Y_i^v)} \right\}$$

A4. 粘性項および拡散項

$$\begin{aligned}
 DIFU_{i,j}^n &= \frac{Pr}{(RaPr)^{\frac{2}{5}}} \left(\frac{\frac{U_{i+1,j}^n - U_{i,j}^n}{\Delta X_{i+1}} - \frac{U_{i,j}^n - U_{i-1,j}^n}{\Delta X_i}}{\Delta X_i^u} + \frac{\frac{U_{i,j+1}^n - U_{i,j}^n}{\Delta Y_j^v} - \frac{U_{i,j}^n - U_{i,j-1}^n}{\Delta Y_{j-1}^v}}{\Delta Y_j} \right) \\
 DIFV_{i,j}^n &= \frac{Pr}{(RaPr)^{\frac{2}{5}}} \left(\frac{\frac{V_{i+1,j}^n - V_{i,j}^n}{\Delta X_i^u} - \frac{V_{i,j}^n - V_{i-1,j}^n}{\Delta X_{i-1}^u}}{\Delta X_i} + \frac{\frac{V_{i,j+1}^n - V_{i,j}^n}{\Delta Y_{j+1}^v} - \frac{V_{i,j}^n - V_{i,j-1}^n}{\Delta Y_j^v}}{\Delta Y_j^v} \right) \\
 DIFT_{i,j}^n &= \frac{1}{(RaPr)^{\frac{2}{5}}} \left(\frac{\frac{T_{i+1,j}^n - T_{i,j}^n}{\Delta X_i^u} - \frac{T_{i,j}^n - T_{i-1,j}^n}{\Delta X_{i-1}^u}}{\Delta X_i} + \frac{\frac{T_{i,j+1}^n - T_{i,j}^n}{\Delta Y_j^v} - \frac{T_{i,j}^n - T_{i,j-1}^n}{\Delta Y_{j-1}^v}}{\Delta Y_j} \right)
 \end{aligned}$$